CHAPITRE 1 – Triangles et droites remarquables

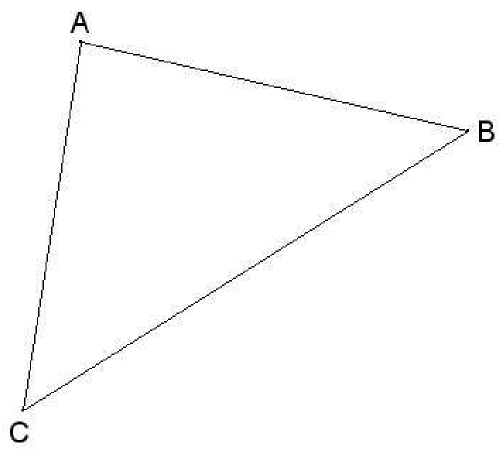
I. Inégalité triangulaire et cas d'alignement

A. Inégalité triangulaire

Propriété

Dans un triangle, la longueur d'un côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Illustration



AB < AC + BC   AC < AB + BC   BC < AB + AC.

Remarque

La propriété ci-dessus traduit le fait que :
"Le plus court chemin pour aller d'un point à un autre est la ligne droite".

B. Conséquence

Règle

Pour savoir si on peut construire un triangle dont les longueurs des côtés sont données, on regarde si la longueur du plus grand côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Exemple 1
Peut on construire un triangle ABC avec AB = 3 cm, AC = 4 cm, BC = 5 cm ?

Le côté le plus long est [BC] et mesure 5 cm. 3 + 4 = 7 cm.
5 < 7 donc on peut construire le triangle ABC.

Exemple 2
Peut on construire un triangle DEF avec DE = 9 cm, DF = 2 cm, EF = 6 cm ?

Le côté le plus long est [DE] et mesure 9 cm. 2 + 6 = 8 cm.
9 > 8 donc on ne peut pas construire le triangle DEF.

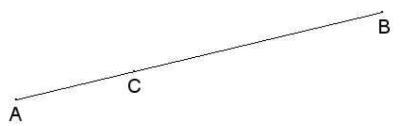
C. Cas d'alignement

Propriétés

Si C est un point d'un segment [AB], alors AB = AC + CB.

Si trois points A, B, C vérifient AB = AC + CB, alors C $\in$ [AB].

Illustration



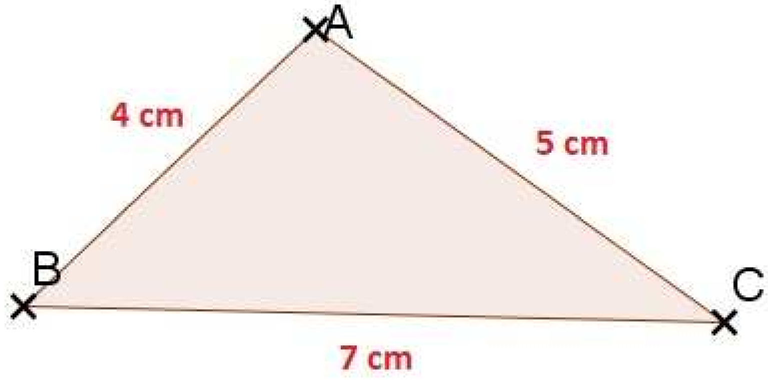
AB = AC + BC.

II. Construction de triangles

A. Quand on connaît la longueur des 3 côtés

Exemple
Construire un triangle ABC avec : AB = 4 cm, AC = 5 cm, BC = 7 cm.

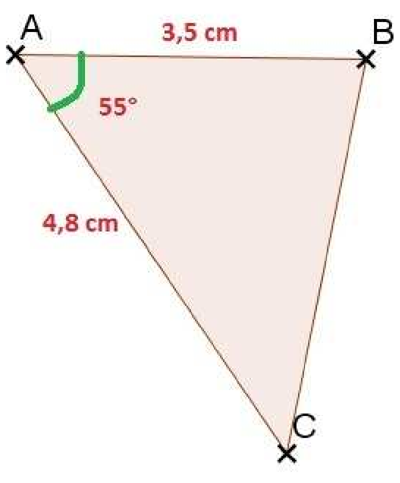
On commence par tracer le plus long côté, ici BC.



B. Quand on connaît la longueur de 2 côtés et la mesure de l'angle compris entre ces 2 côtés

Exemple

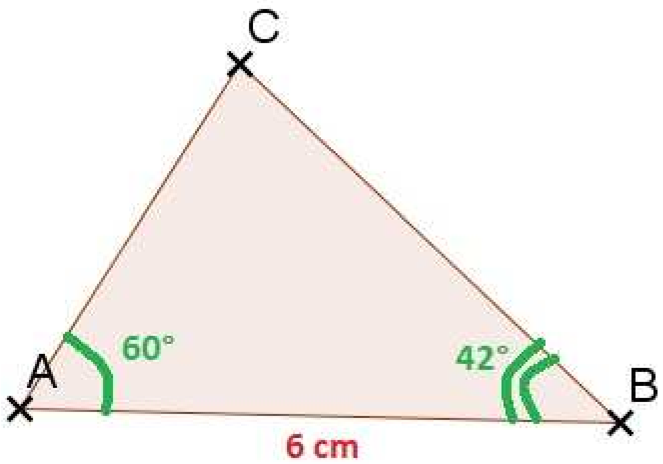
Construire un triangle ABC avec : AB = 3,5 cm, AC = 4,8 cm, $\widehat{BAC} = 55°$.



C. Quand on connaît la mesure de 2 angles et la longueur de leur côté commun

Exemple

Construire un triangle ABC avec : AB = 6 cm, $\widehat{BAC} = 60°$, $\widehat{CBA} = 42°$.



III. Droites remarquables d'un triangle

A. *Médiatrices des côtés d'un triangle*

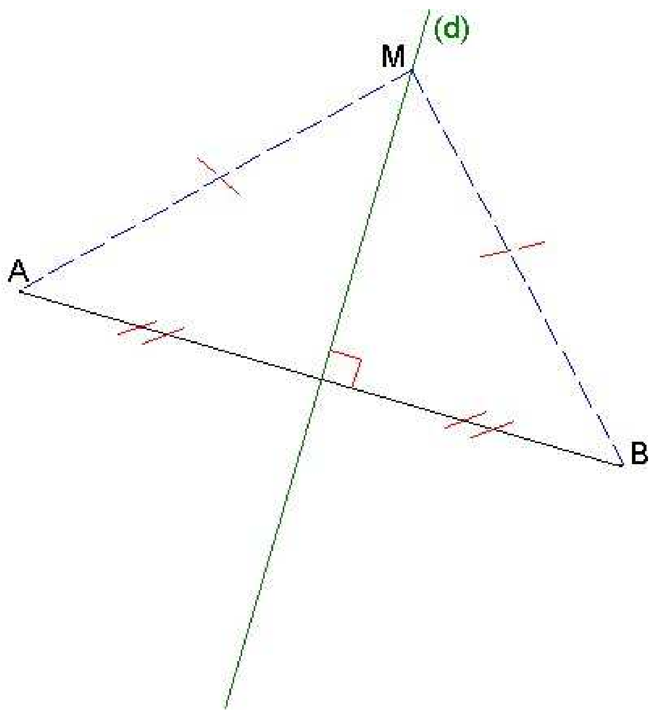
Définition

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.

Propriétés

Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des extrémités de ce segment.

Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.



Si M $\in$ (d), MA=MB

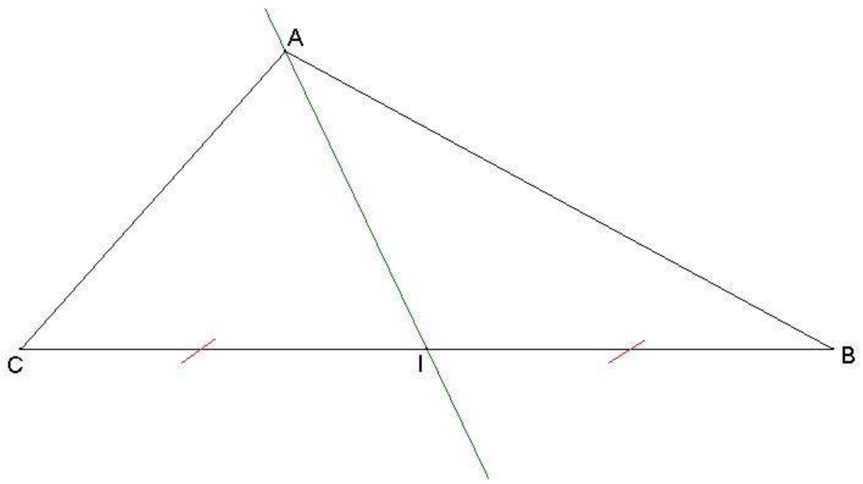
Si MA=MB, M $\in$ (d)

B. Médianes dans un triangle

Définition

Une médiane dans un triangle est une droite qui passe par un sommet du triangle et le milieu du côté opposé.

Illustration



A est un sommet du triangle. I est le milieu de [BC], côté opposé au sommet A.

La droite (AI) est la médiane du triangle ABC issue du sommet A.
(ou médiane relative au côté [BC]).

Propriété (admise)

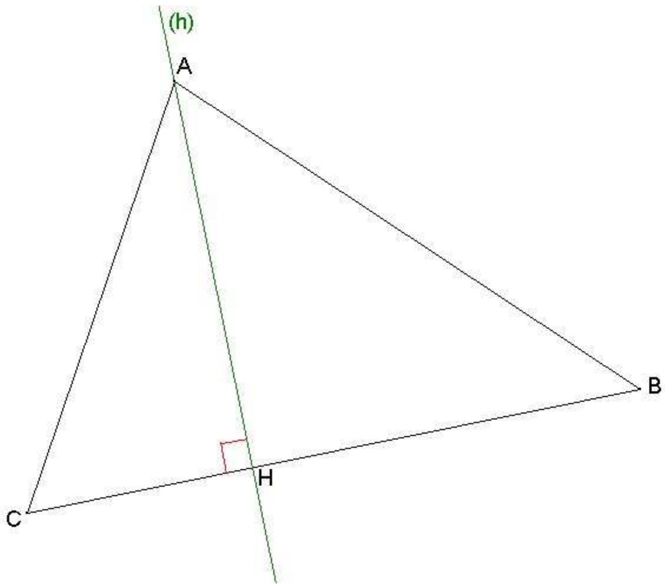
Chaque médiane d'un triangle partage ce triangle en deux triangles de même aire.

C. Hauteurs dans un triangle

Définition

Une hauteur dans un triangle est une droite qui passe par un sommet du triangle et qui est perpendiculaire au côté opposé.

Illustration



A est un sommet du triangle. (h) est la droite perpendiculaire à (BC) passant par A.

(AH) est la hauteur du triangle ABC issue du sommet A.
(ou relative au côté [BC]).

On dit que aussi H est le pied de la hauteur issue de A.

