

## CHAPITRE 2 – Triangles égaux

### I. Présentation des triangles égaux

#### Définition

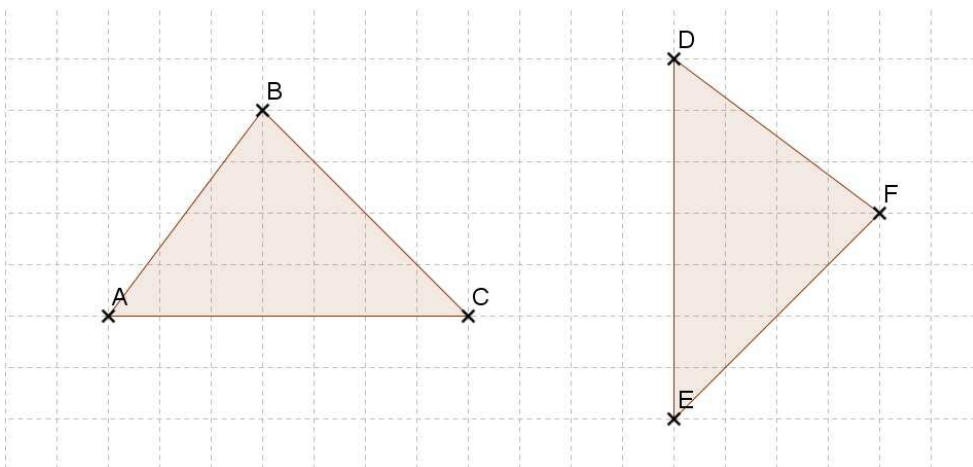
Deux triangles sont dits égaux s'ils sont parfaitement superposables : ils ont des côtés de même longueur et des angles de même mesure.

#### Exemple

Les triangles ABC et DEF sont des triangles égaux :

$$AB = DF, BC = FE, AC = DE \quad \widehat{ABC} = \widehat{DFE}, \widehat{CAB} = \widehat{EDF}, \widehat{ACB} = \widehat{DEF}$$

Coder les figures en conséquence.



#### Vocabulaire

Lorsque deux triangles sont égaux, les côtés et les angles qui se superposent sont appelés côtés et angles homologues.

#### Exemple

Dans l'exemple ci-dessus avec les triangles égaux ABC et DEF, les côtés AB et DF sont homologues, de même que les côtés BC et FE, ainsi que les côtés AC et DE.

De la même façon, les angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{DFE}$  sont homologues, de même que les angles  $\widehat{CAB}$  et  $\widehat{EDF}$ , ainsi que les angles  $\widehat{ACB}$  et  $\widehat{DEF}$ .

## **II. Utiliser le fait que deux triangles sont égaux**

### **Propriété 1**

Si deux triangles sont égaux, alors leurs trois côtés sont de la même longueur 2 à 2.

### **Propriété 2**

Si deux triangles sont égaux, alors leurs trois angles sont de la même mesure 2 à 2.

## **III. Démontrer que deux triangles sont égaux**

### **Propriété 1**

Si deux triangles ont trois côtés égaux, alors ces triangles sont égaux.

### **Propriété 2**

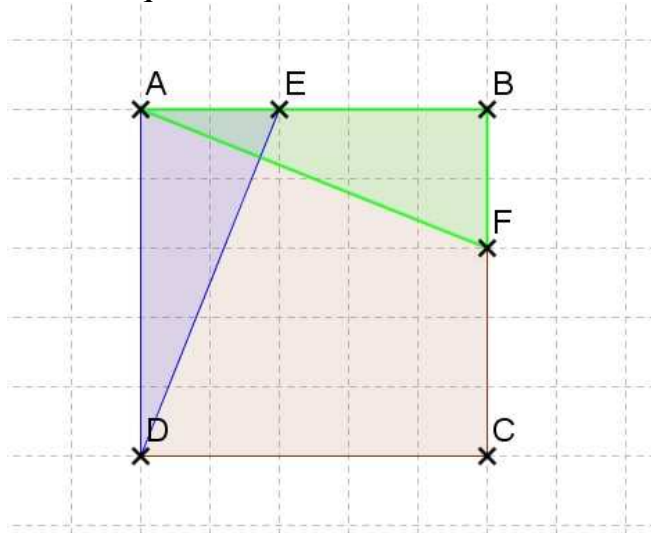
Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés de mêmes longueurs, alors ces triangles sont égaux.

### **Propriété 3**

Si deux triangles ont un côté de même longueur compris entre deux angles de mêmes mesures, alors ces triangles sont égaux.

## IV. Exemple d'application avec rédaction de démonstrations

Sur la figure ci-dessous, ABCD est un carré. E est un point de [AB]. F est le point de [BC] tel que  $AE = BF$ .



1) Démontrer que les triangles AED et ABF sont des triangles égaux.

On sait que :

- $AD = AB$  (car ABCD est un carré).
- $AE = BF$  (par énoncé)
- $\widehat{DAE} = \widehat{ABF}$  ( $= 90^\circ$  car ABCD est un carré).

Or :

Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés de mêmes longueurs, alors ces triangles sont égaux.

Donc :

AED et ABF sont des triangles égaux.

2) Que peut-on en déduire pour les angles  $\widehat{BAF}$  et  $\widehat{ADE}$  ?

On sait que :

AED et ABF sont des triangles égaux

Or :

Si deux triangles sont égaux, alors leurs trois angles sont de la même mesure 2 à 2.

Donc :

$$\widehat{BAF} = \widehat{ADE}$$

**3) Prouver alors que les droites (AF) et (DE) sont perpendiculaires.**

Appelons M le point d'intersection de [DE] et [AF]

On sait que :

- AMD est un triangle.
- $\widehat{ADM} + \widehat{DAM} = \widehat{ADE} + \widehat{DAF}$   
 $= \widehat{BAF} + (\widehat{DAB} - \widehat{BAF})$   
 $= \widehat{BAF} + \widehat{DAB} - \widehat{BAF}$   
 $= \widehat{DAB}$   
 $= 90^\circ$

Or :

Dans un triangle, la somme des mesures des angles est toujours égale à  $180^\circ$ .

Donc :

$$\widehat{AMD} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

Par conséquent :

Les droites (AF) et (DE) sont perpendiculaires.