

CHAPITRE 2 – Développement, factorisation

I. Distributivité simple

Propriété

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c \quad [\text{développement}]$$

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c \quad [\text{développement}]$$

$$a \times b + a \times c = a \times (b + c) \quad [\text{factorisation}]$$

$$a \times b - a \times c = a \times (b - c) \quad [\text{factorisation}]$$

Développer, c'est transformer un produit en une somme.

Factoriser, c'est transformer une somme en un produit.

Exemple

Développer : $3 \times (2x - 4) = 3 \times 2x - 3 \times 4 = 6x - 12.$

Factoriser : $9x - 15 = 3 \times 3x - 3 \times 5 = 3(3x - 5).$

II. Distributivité double

Propriété

$$(a + b) \times (c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d. \quad [\text{développement}]$$

Exemple

Développer, réduire et ordonner :

$$(2x - 1) \times (x + 4) = 2x^2 + 8x - x - 4 = 2x^2 + 7x - 4.$$

III. Identités remarquables

Propriété

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Exemples

Développer :

$$(3x - 1)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 1 + 1^2 = 9x^2 - 6x + 1.$$

$$(x + 3)(x - 3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9.$$

$$(2x + 7)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 7 + 7^2 = 4x^2 + 28x + 49.$$

Factoriser :

$$x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$$

$$4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$$

IV. Suppression de parenthèses

Règles

- 1) Quand un signe + précède des parenthèses, on peut les supprimer sans rien changer.
- 2) Quand un signe - précède des parenthèses, on peut les supprimer mais il faut changer le signe de tous les termes à l'intérieur de la parenthèse.

Exemples

$$4x + (7x - 1) = 4x + 7x - 1 = 11x - 1.$$

$$4x - (7x - 1) = 4x - 7x + 1 = -3x + 1.$$

V. Développements et factorisations complexes

Exemples

Développer, réduire, ordonner :

$$\begin{aligned} 2x(x+1) - (x-2)(3x+1) &= \\ [2x^2 + 2x] - [3x^2 + x - 6x - 2] &= \\ 2x^2 + 2x - [3x^2 - 5x - 2] &= \\ 2x^2 + 2x - 3x^2 + 5x + 2 &= \\ -x^2 + 7x + 2. & \end{aligned}$$

Factoriser au maximum :

$$\begin{aligned} (x+1)(2x+1) - (x+1)^2 + (2x+2) &= \\ (x+1)(2x+1) - (x+1)(x+1) + 2(x+1) &= \\ (x+1)[(2x+1) - (x+1) + 2] &= \\ (x+1)[2x+1 - x - 1 + 2] &= \\ (x+1)(x+2). & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2x+1)(x-2) + (x+1)(-x+2) &= \\ (2x+1)(x-2) + (x+1) \times (-1) \times (x-2) &= \\ (x-2)[(2x+1) + (-1)(x+1)] &= \\ (x-2)[2x+1 + (-x-1)] &= \\ (x-2)[2x+1 - x - 1] &= \\ x(x-2). & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9x^2 - (x+2)^2 &= \\ (3x)^2 - (x+2)^2 &= \\ (3x - (x+2))(3x + (x+2)) &= \\ (3x - x - 2)(3x + x + 2) &= \\ (2x - 2)(4x + 2) &= \\ 2(x - 1) \times 2(2x + 1) &= \\ 4(x - 1)(2x + 1). & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x^2 - 9) - (2x - 6)(x - 1) + (3 - x)(5x - 1) &= \\ (x^2 - 3^2) - 2(x - 3)(x - 1) + (-1)(x - 3)(5x - 1) &= \\ (x - 3)(x + 3) - 2(x - 3)(x - 1) + (-1)(x - 3)(5x - 1) &= \\ (x - 3)[(x + 3) - 2(x - 1) + (-1)(5x - 1)] &= \\ (x - 3)[x + 3 - 2x + 2 - 5x + 1] &= \\ (x - 3)(-6x + 6) &= \\ (x - 3) \times 6 \times (-x + 1) &= \\ 6(x - 3)(-x + 1). & \end{aligned}$$