ACTIVITE 2 – Diviseurs communs à 2 nombres entiers et PGCD

PARTIE 1 : notion de diviseur commun

Une fleuriste souhaite répartir 84 marguerites et 48 roses dans des bouquets identiques. Toutes les marguerites et toutes les roses doivent être utilisées.

1) Vérifier que cette fleuriste peut faire 4 bouquets. Quelle est alors leur composition ?
2) Peut-elle réaliser 24 bouquets ? Pourquoi ?
3) Quelle condition doit remplir le nombre de bouquets pour que la répartition puisse se faire ?

Lorsqu'un nombre est à la fois un diviseur de 84 et un diviseur de 48, on dit qu'il est un **diviseur commun** de 84 et de 48.

PARTIE 2 : introduction du PGCD

En fait, la fleuriste veut réaliser le nombre **maximal** de bouquets identiques possibles.

1) Ecrire par ordre croissant la liste des diviseurs de 84, puis celle des diviseurs de 48.
2) Donner alors la liste des diviseurs communs de 84 et de 48.
3) Quel est le plus grand diviseur commun de 84 et de 48 ?
4) En déduire le nombre maximal de bouquets identiques que la fleuriste pourra faire.
5) Quelle est alors la composition de chaque bouquet ?

Le Plus Grand Commun Diviseur de 84 et de 48 est noté **PGCD (84, 48)**.

PARTIE 3 : quelques propriétés immédiates du PGCD

1) Ecrire par ordre croissant la liste des diviseurs de 32, puis celle des diviseurs de 24.
2) En déduire PGCD (32, 24).
3) Justifier que PGCD (32, 24) = PGCD (24, 32).

Pour tous entiers a et b non nuls, **PGCD (a, b) = PGCD (b, a)**.

4) Que vaut PGCD (18, 18) ? Et PGCD (42, 42) ?

Pour tout entier a non nul, **PGCD (a, a) = a**.

5) Justifier que 9 est un diviseur de 63 puis trouver PGCD (9, 63).
6) Justifier que 16 est un diviseur de 48 puis trouver PGCD (16, 48).

Pour tous entiers a et b non nuls, **si b est un diviseur de a, alors PGCD (a, b) = b**.