

ACTIVITE 5 – Nombres premiers entre eux**PARTIE 1 : comprendre ce que sont des nombres premiers entre eux**

On introduit la notion de nombres premiers entre eux au moyen de la définition suivante :

Soient a et b 2 nombres entiers non nuls.
On dit que a et b sont premiers entre eux lorsque $\text{PGCD}(a, b) = 1$.

- 1) Ecrire la liste des diviseurs de 44, puis celle des diviseurs de 35.
- 2) En déduire $\text{PGCD}(44, 35)$.
- 3) Recopier et compléter la phrase suivante :
"Comme ... $(44, 35) = \dots$, les nombres 44 et 35 sont ...".
- 4) Ecrire la liste des diviseurs de 28, puis celle des diviseurs de 36.
- 5) En déduire $\text{PGCD}(28, 36)$.
- 6) Recopier et compléter la phrase suivante :
"Comme $\text{PGCD}(28, 36) \dots 1$, les nombres 28 et 36 ne sont pas ...".

Pour montrer que 2 nombres sont premiers entre eux, il faut calculer leur PGCD et vérifier que celui-ci est bien égal à 1.

- 7) Calculer $\text{PGCD}(63, 40)$ au moyen de l'algorithme d'Euclide.
- 8) En déduire que 63 et 40 sont des nombres premiers entre eux.
- 9) Les nombres 805 et 759 sont-ils premiers entre eux ? Justifier votre réponse.

PARTIE 2 : prouver facilement que 2 nombres ne sont pas premiers entre eux

On veut montrer que 126 et 594 ne sont pas premiers entre eux sans calculer leur PGCD.

- 1) Etablir que 9 est un diviseur de 126, puis que 9 est aussi un diviseur de 594.
- 2) En déduire que $\text{PGCD}(126, 594) \geq 9$.
- 3) Est-il possible que $\text{PGCD}(126, 594)$ soit égal à 1 ?
- 4) En déduire que 126 et 594 ne sont pas premiers entre eux.

Pour montrer que 2 nombres ne sont pas premiers entre eux, il suffit de trouver un diviseur commun des 2 nombres qui soit plus grand que 1.

- 5) Trouver un diviseur commun à 125 et 60 qui soit plus grand que 1.
- 6) En déduire que les nombres 125 et 60 ne sont pas premiers entre eux.
- 7) Faire de même avec 524 et 632.