CHAPITRE 3 – Théorème de Pythagore

I. Carré d'un nombre, racine carrée d'un nombre positif

Définition

Soit x un nombre quelconque.
Le carré de x, encore appelé x exposant 2 ou x puissance 2, est le nombre noté x^2 tel que : $x^2 = x \times x$

Exemples

$2^2 = 2 \times 2 = 4$. $3^2 = 3 \times 3 = 9$. $7^2 = 7 \times 7 = 49$.

Définition

Soit y un nombre quelconque **positif**.
La racine carrée de y est le nombre **positif** dont le carré est y.
On le note $\sqrt{y}$ et on a donc :

$\sqrt{y} \geq 0$ et $(\sqrt{y})^2 = y$

Exemples à connaître par coeur :

$0^2 = 0$ donc $\sqrt{0} = 0$	$6^2 = 36$ donc $\sqrt{36} = 6$	$12^2 = 144$ donc $\sqrt{144} = 12$
$1^2 = 1$ donc $\sqrt{1} = 1$	$7^2 = 49$ donc $\sqrt{49} = 7$	$13^2 = 169$ donc $\sqrt{169} = 13$
$2^2 = 4$ donc $\sqrt{4} = 2$	$8^2 = 64$ donc $\sqrt{64} = 8$	$14^2 = 196$ donc $\sqrt{196} = 14$
$3^2 = 9$ donc $\sqrt{9} = 3$	$9^2 = 81$ donc $\sqrt{81} = 9$	$15^2 = 225$ donc $\sqrt{225} = 15$
$4^2 = 16$ donc $\sqrt{16} = 4$	$10^2 = 100$ donc $\sqrt{100} = 10$	
$5^2 = 25$ donc $\sqrt{25} = 5$	$11^2 = 121$ donc $\sqrt{121} = 11$	

Les nombres surlignés sont des carrés parfaits.

20 n'est pas un carré parfait, mais $16 < 20 < 25$ donc $4 < \sqrt{20} < 5$.

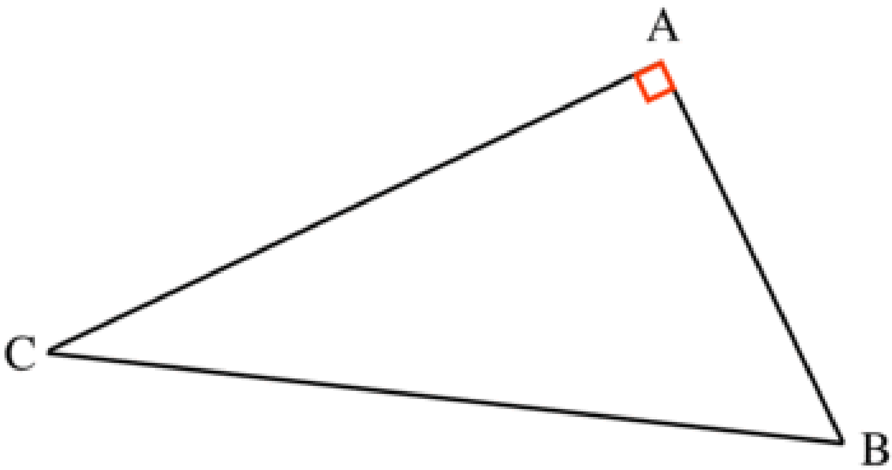
© Happymaths, tous droits réservés.

II. Enoncé du théorème de Pythagore

Théorème

Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

Illustration



Hypothèses

ABC est un triangle rectangle en A.
L'hypoténuse est le côté [BC]

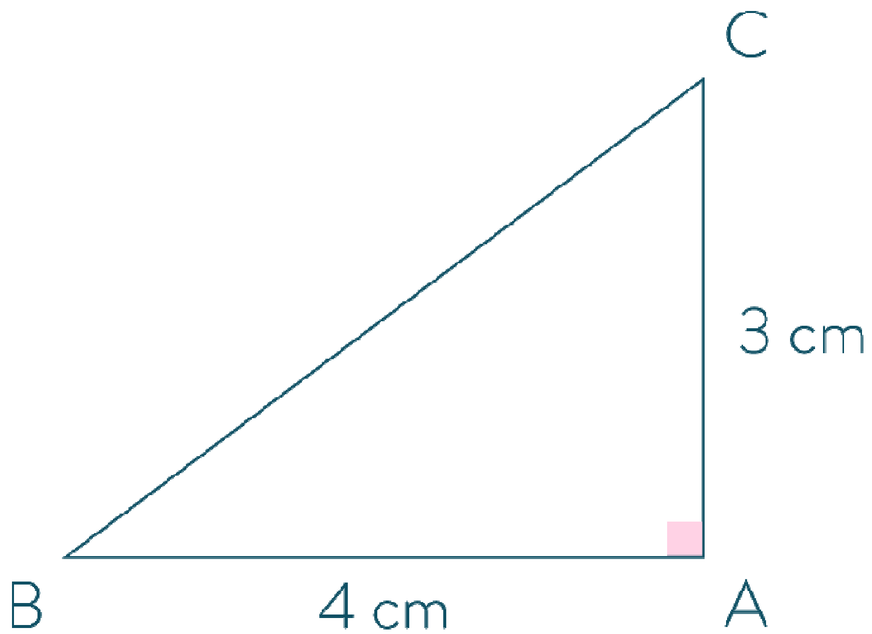
Conclusion

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

© Happymaths, tous droits réservés.

III. Application 1 : calcul de la longueur d'une hypoténuse

Exemple type
Soit un triangle ABC rectangle en A.
On donne AB = 4 cm et AC = 3 cm.
Calculer la longueur BC.



On sait que le triangle ABC est rectangle en A.
L'hypoténuse est le côté [BC].

D'après le théorème de Pythagore, on a :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$

On remplace :
$BC^2 = 4^2 + 3^2$
$BC^2 = 16 + 9$
$BC^2 = 25$
$BC = \sqrt{25}$
BC = 5 cm.

© Happymaths, tous droits réservés.

IV. Application 2 : calcul de la longueur d'un côté de l'angle droit

Exemple type de rédaction
Soit un triangle RST rectangle en R.
On donne TS = 7 cm et RS = 4 cm.
Calculer RT et arrondir au mm.

Figure à insérer.

On sait que le triangle RST est rectangle en R.
L'hypoténuse est le côté [ST].

D'après le théorème de Pythagore, on a :
$ST^2 = RS^2 + RT^2$

On remplace :
$7^2 = 4^2 + RT^2$
$49 = 16 + RT^2$
$RT^2 = 49 – 16$
$RT^2 = 33$
$RT = \sqrt{33}$ **(valeur exacte)**
$RT \approx 5.7$ **cm. (valeur approchée au mm près)**

© Happymaths, tous droits réservés.