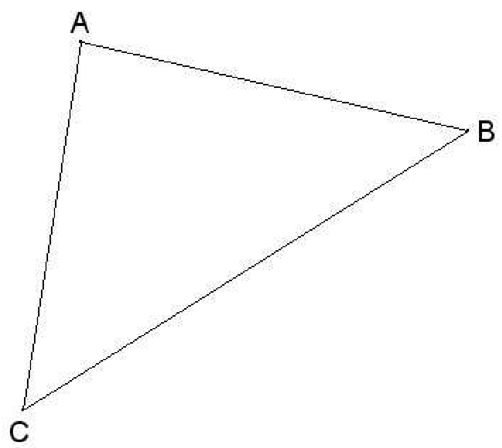
CHAPITRE 3 – Angles

I. Somme des angles dans un triangle

Propriété

La somme des angles d'un triangle est toujours égale à 180°.

Illustration



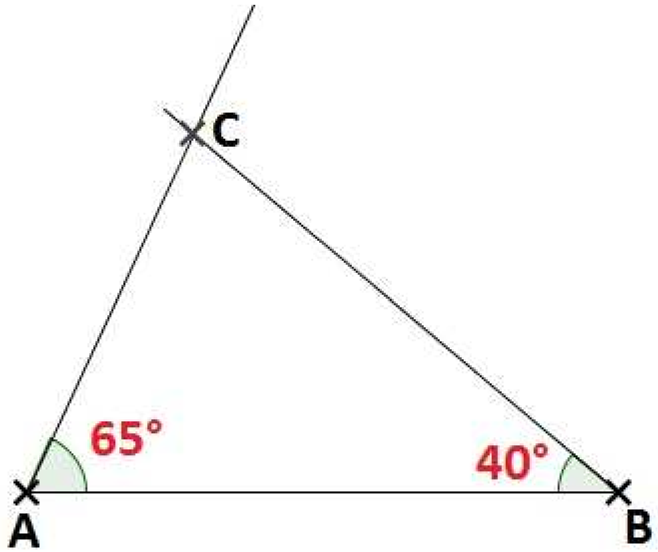
$\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = 180°$.

Remarque

La somme des angles d'un quadrilatère est toujours égale à 360°.

Exemple d'application directe (rédaction d'une démonstration)

Construire un triangle ABC avec AB = 4 cm, $\widehat{BAC}$ = 65° et $\widehat{ABC}$ = 40°.
Calculer $\widehat{ACB}$ en justifiant votre réponse.



<u>On sait que</u> dans le triangle ABC, $\widehat{BAC}$ = 65° et $\widehat{ABC}$ = 40°.

<u>Or</u> la somme des angles d'un triangle est toujours égale à 180°.

<u>Donc</u> $\widehat{ACB}$ = 180° - ($\widehat{BAC}$ + $\widehat{ABC}$)
= 180° - (65° + 40°)
= 180° - 105°
= 75°

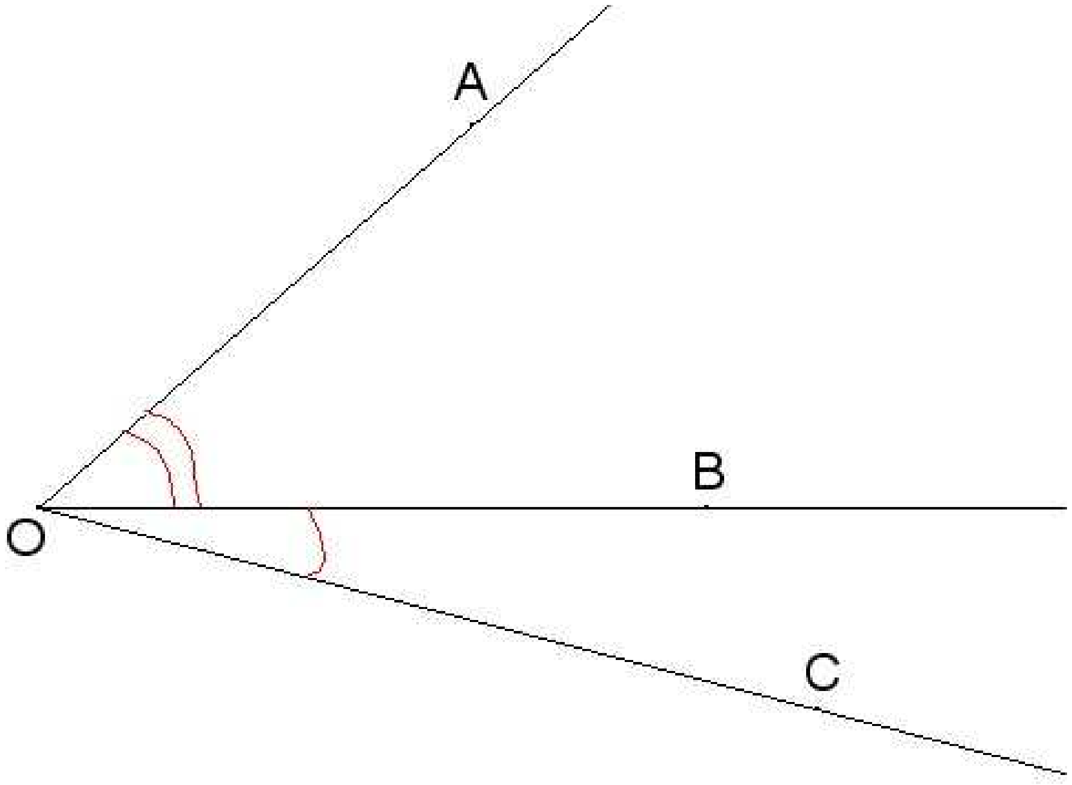
II. Vocabulaire sur les angles

A. Angles adjacents

Définition

Deux angles sont dits adjacents quand ils ont le même sommet, un côté commun et qu'ils sont situés de part et d'autre de ce côté commun.

Illustration



Sur la figure ci-dessus, les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ sont adjacents.

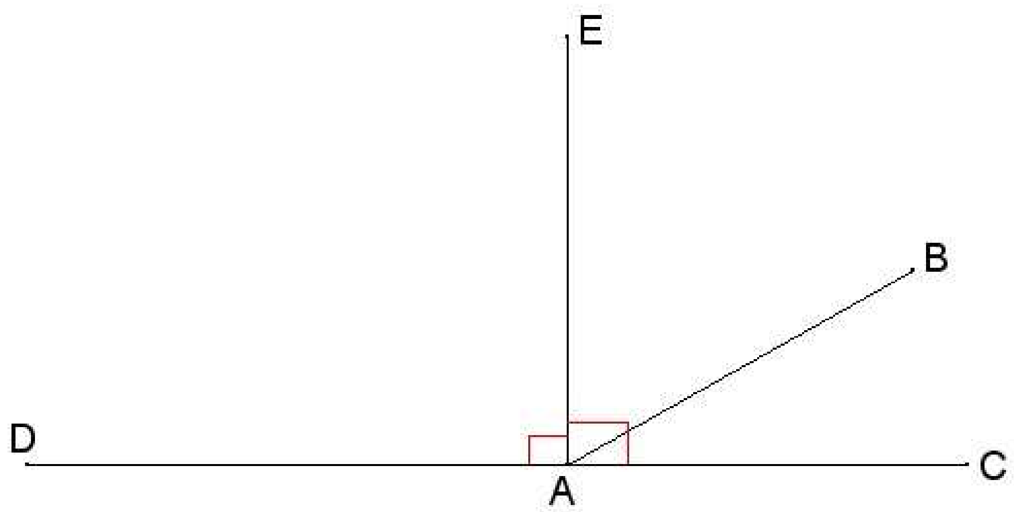
B. Angles complémentaires et angles supplémentaires

Définitions

Deux angles sont dits complémentaires si la somme de leurs mesures est égale à 90°

Deux angles sont dits supplémentaires si la somme de leurs mesures est égale à 180°.

Illustration



Les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{BAE}$ sont complémentaires car :
$\widehat{CAB} + \widehat{BAE} = \widehat{CAE}$ (car ils sont adjacents) et $\widehat{CAE} = 90°$ par codage.

Les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{BAD}$ sont supplémentaires car :
$\widehat{CAB} + \widehat{BAD} = \widehat{CAD}$ et $\widehat{CAD} = \widehat{CAE} + \widehat{EAD} = 180°$.

C. Angles opposés par le sommet

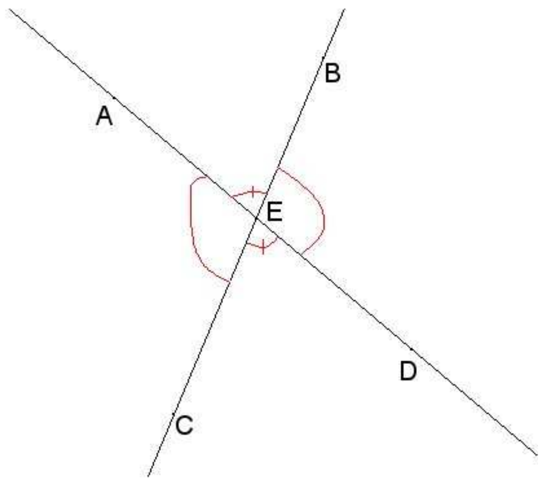
Définition

Deux angles sont dits opposés par le sommet s'ils ont le même sommet, et si leurs côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.

Propriété

Deux angles opposés par le sommet ont la même mesure.

Exemple



Les angles $\widehat{AEB}$ et $\widehat{CED}$ sont opposés par le sommet, donc ils ont la même mesure (cf. codage).
Les angles $\widehat{AEC}$ et $\widehat{BED}$ sont opposés par le sommet, donc ils ont la même mesure (cf. codage).

Remarque

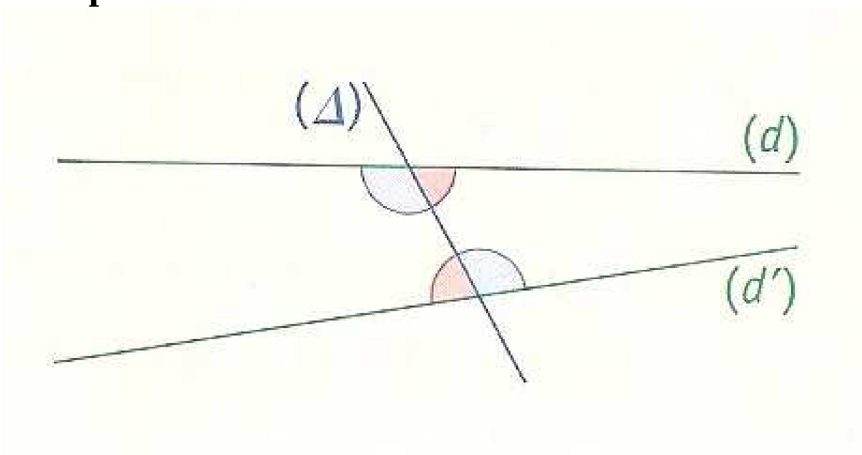
Deux droites sécantes définissent deux paires d'angles opposés par le sommet.

D. Angles alternes-internes et correspondants

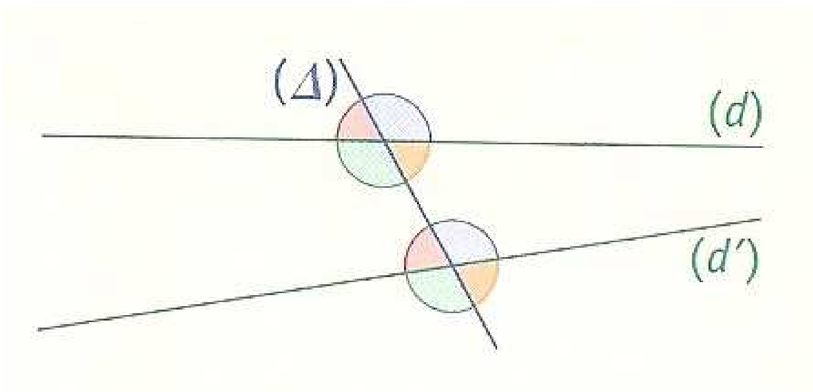
Définition

Deux droites (d) et (d’) coupées par une sécante (Δ) définissent deux paires d’angles alternes-internes et quatre paires d’angles correspondants.

Exemples



Sur la figure ci-dessus, les angles bleus sont alternes-internes et les angles rouges sont alternes-internes.



Sur la figure ci-dessus, deux angles coloriés de la même couleur sont correspondants.

III. Angles et parallélisme

A. Prouver que deux angles ont la même mesure

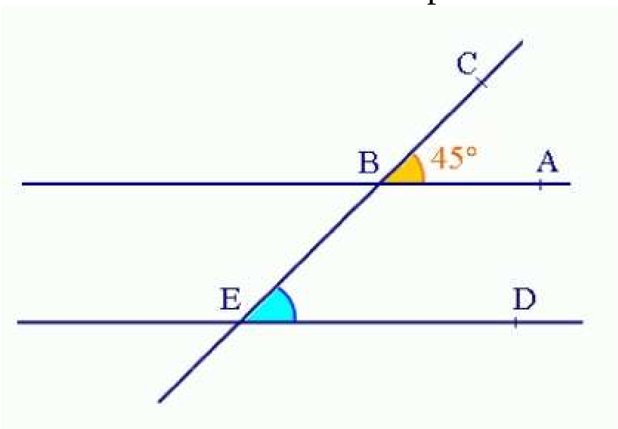
Propriétés

Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors elles forment des angles alternes-internes de même mesure.

Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors elles forment des angles correspondants de même mesure.

Exemple d'application directe (rédaction d'une démonstration)

Dans la figure ci-dessus, les droites (AB) et (ED) sont parallèles.
Calculer $\widehat{BED}$. Justifier la réponse.



On sait que :

- les droites parallèles (AB) et (ED) sont coupées par une sécante (BE).
- l'angle $\widehat{ABC}$ et l'angle $\widehat{BED}$ sont correspondants.
- $\widehat{ABC} = 45°$

Or si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors elles forment des angles correspondants de même mesure.

Donc $\widehat{BED} = \widehat{ABC} = 45°$.

B. *Prouver que deux droites sont parallèles*

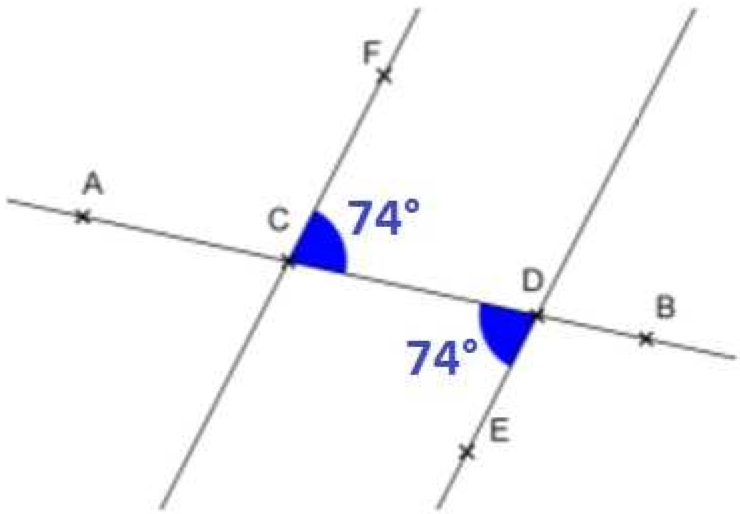
Propriétés

Si deux droites coupées par une sécante forment des angles alternes-internes de même mesure, alors elles sont parallèles.

Si deux droites coupées par une sécante forment des angles correspondants de même mesure, alors elles sont parallèles.

Exemple d'application directe (rédaction d'une démonstration)

Dans la figure ci-dessous, les droites (CF) et (DE) sont coupées par une sécante (CD). Prouver que (CF) et (DE) sont parallèles.



On sait que :

- les droites (CF) et (DE) sont coupées par une sécante (CD).
- l'angle $\widehat{DCF}$ et l'angle $\widehat{CDE}$ sont alternes-internes.
- $\widehat{DCF} = \widehat{CDE}$.

Or si deux droites coupées par une sécante forment des angles alternes-internes de même mesure, alors elles sont parallèles.

Donc (d1) et (d2) sont parallèles.

