CHAPITRE 2 – Agrandissement Réduction

I. Effet sur les mesures des angles

Propriété

Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k > 0, les mesures des angles, et donc aussi la perpendicularité et le parallélisme de droites, sont conservées.

Exemple

A'B'C'K'L' est un agrandissement de ABCKL dans le rapport 3,5.
On sait que le triangle ABC est rectangle en B et que (AC) // (KL).
Montrer que le $\widehat{A'B'C'} = 90°$ et que (A'C') // (K'L').

Figure à insérer (Transmaths page 225 bas droite).

On sait que :

- A'B'C' est un agrandissement de ABC.
- $\widehat{ABC} = 90°$ (car le triangle ABC est rectangle en B).

Or dans un agrandissement, les mesures des angles sont conservées.
Donc $\widehat{A'B'C'} = \widehat{ABC} = 90°$

On sait que :

- A'B'C'K'L' est un agrandissement de ABCKL.
- (AC) // (KL)

Or dans un agrandissement, le parallélisme de droites est conservé.
Donc (A'C') // (K'L').

II. Effet sur les longueurs

Propriété

Dans un agrandissement ou une réduction de rapport $k > 0$, les longueurs sont multipliées par k.

Exemple

A'B'C'K'L' est un agrandissement de ABCKL dans le rapport 3,5.
On sait que le AB = 2 cm et que K'L = 4 cm.
Calculer A'B' et donner une valeur approchée de KL au mm près.

Figure à insérer (Transmaths page 225 bas droite).

On sait que :

- A'B'C'K'L' est un agrandissement de ABCKL de rapport 3,5.
- AB = 2 cm.
- K'L' = 4 cm.

Or dans un agrandissement de rapport k, les longueurs sont multipliées par k.
Donc :

1) $A'B' = AB \times 3{,}5 = 7$ cm.

2) $K'L' = KL \times 3{,}5.$
$4 = KL \times 3{,}5.$
$KL = \dfrac{4}{3{,}5} \approx 1{,}1$ cm.

III. Effet sur les aires

Propriété

Dans un agrandissement ou une réduction de rapport $k > 0$, les aires sont multipliées par k^2.

Exemple

Dans la figure ci-dessous, la petite pyramide est une réduction de la grande pyramide.
Le rapport de la réduction est 0,25.
L'aire A de la base de la grande pyramide est 128 cm².
Calculer l'aire A' de base de la petite pyramide.

Figure à insérer (Dimathème page 279 haut).

On sait que :

- la petite pyramide est une réduction de la grande pyramide de rapport 0,25.
- l'aire A de la base de la grande pyramide est 128 cm².
- A' est l'aire de la base de la petite pyramide.

Or dans une réduction de rapport k, les aires sont multipliées par k^2.

Donc $A' = A \times 0{,}25^2 = 128 \times 0{,}0625 = 8$ cm².

L'aire de base de la petite pyramide est 8 cm².

IV. Effet sur les volumes

Propriété

Dans un agrandissement ou une réduction de rapport $k > 0$, les volumes sont multipliés par k^3.

Exemple

Dans la figure ci-dessous, la grosse boule est un agrandissement de la petite boule. Le rapport de l'agrandissement est 5.

Le volume V d'une boule de rayon r est donné par : $V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$.

Calculer le volume V_1 de la petite boule en arrondissant au cm^3.

Figure à insérer (Phare page 294).

Calcul du volume V_2 de la grosse boule :

$V_2 = \frac{4}{3} \times \pi \times (6)^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 216 = \frac{4}{3} \times 216 \times \pi = 288 \times \pi$.

On sait que :

- la grosse boule est un agrandissement de la petite boule de rapport 5.
- Le volume V_2 de la grosse boule est $288 \times \pi$ cm^3.
- V_1 est le volume de la petite boule.

Or dans un agrandissement de rapport k, les volumes sont multipliés par k^3.

Donc : $V_2 = V_1 \times 5^3$.

$288 \times \pi = V_1 \times 125$.

$V_1 = \frac{288 \times \pi}{125} \approx 7$ cm^3.

Le volume de la petite boule est d'environ 7 cm^3.