

## CHAPITRE 5 – Sections Planes de Solides

### I. Généralités

#### Définition

On appelle section d'un solide par un plan, ou section plane d'un solide, la surface plane obtenue lorsque ce solide est coupé par un plan.

#### Illustration

Figure à insérer.

La section du solide par le plan (P) est le ...

#### Remarque

Les points de la section plane d'un solide appartiennent à la fois au solide et au plan.

## II. Sections planes d'un parallélépipède rectangle

### A. Section par un plan parallèle à une face

#### Propriété

La section d'un parallélépipède rectangle par un plan **parallèle à une face** est un rectangle de mêmes dimensions que cette face.

La section d'un cube par un plan **parallèle à une face** est un carré de mêmes dimensions que cette face.

#### Illustration

Figure à insérer (Phare p 271 haut gauche).

Le plan (P) est parallèle à la face BFGC.  
La section est le rectangle IJKL avec  $IJ = BC$  et  $IL = BF$ .

Figure à insérer.

Le plan (P) est parallèle à la face ...  
La section est le carré ... avec ...

## B. Section par un plan parallèle à une arête

### Propriété

La section d'un parallélépipède rectangle par un plan **parallèle à une arête** est un rectangle.

La section d'un cube par un plan **parallèle à une arête** est un rectangle.

### Illustration

Figure à insérer (Phare p 271 haut droit).

Le plan (P) est parallèle à l'arête [AE].  
La section est le rectangle RSTV avec  $ST = AE$ .

Figure à insérer ( ?).

Le plan (P) est parallèle à l'arête ...  
La section est le carré ... avec ...

### **III. Sections planes d'un cylindre de révolution**

#### **A. Section par un plan perpendiculaire à son axe**

##### **Propriété**

La section d'un cylindre de révolution par un plan **perpendiculaire à son axe** est un disque de même rayon que la base.

##### **Illustration**

Figure à insérer (Phare p 271 bas gauche).

Le plan (P) est perpendiculaire à l'axe (OO').  
La section est le disque de centre I et de rayon r.

## B. Section par un plan parallèle à son axe

### Propriété

La section d'un cylindre de révolution par un plan **parallèle à son axe** est un rectangle dont l'une des dimensions est la hauteur du cylindre.

### Illustration

Figure à insérer (Phare p 271 bas droite).

Le plan (P) est parallèle à l'axe (OO').

La section est le rectangle IJKL avec  $JK = OO'$  (hauteur du cylindre).

## IV. Section plane d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base

### Propriété

La section d'un cône de révolution par un plan **parallèle à la base** est un disque.

### Illustration

Figure à insérer (Phare p 272 bas droite).

(C) est un cône de révolution de sommet S et de base le disque (D) de centre O.  
Le plan (P) est parallèle à la base.  
La section est le disque (D') de centre I.

Le disque (D') est une réduction du disque (D) de rapport  $\frac{SI}{SO}$ .

## V. Section plane d'une pyramide par un plan parallèle à la base

### Propriété

La section d'une pyramide par un plan **parallèle à la base** est un polygone de même nature que sa base.

### Illustration

Figure à insérer (Phare p 272 bas gauche).

SABCD est une pyramide régulière de sommet S et de base le carré ABCD.  
Le plan (P) est parallèle à la base.  
La section est le carré IJKL.

Le carré IJKL est une réduction du carré ABCD de rapport  $\frac{SO'}{SO}$ .

## **VI. Section plane d'une sphère**

### **A. Généralités**

#### **Propriété**

La section d'une sphère par un plan est un cercle (éventuellement réduit à un seul point).

#### **Illustration**

Figures avec commentaires à insérer  
(Dimathème p 259 milieu : 2 figures).

#### **Remarque 1**

Dans les 2 figures ci-dessus, la longueur  $OA$  est appelée distance du plan  $(P)$  au centre  $O$  de la sphère.

#### **Remarque 2**

Quand la distance du plan  $(P)$  au centre  $O$  de la sphère est supérieure au rayon de la sphère, alors le plan ne coupe pas la sphère.

**B. Calcul du rayon du cercle d'intersection connaissant le rayon de la sphère et la distance du plan au centre de la sphère**

**Sur la figure ci-dessous :**

**La sphère a pour centre O et pour rayon 4 cm.**

**Le plan (P) est perpendiculaire à (OA) au point A.**

**B est un point de la section de la sphère par la plan (P).**

**(OA) est perpendiculaire à (AB).**

**La distance du plan (P) à la sphère est de 3 cm.**

**Déterminer la nature exacte de la section de la sphère par le plan et calculer la longueur AB.**

Figure à insérer (Dimathème page 263).

D'après le cours, la nature exacte de la section de la sphère par le plan (P) est le cercle de centre A et de rayon AB.

Comme B est un point de la sphère,  $OB = 4$  cm.

Comme la distance du plan à la sphère est de 3 cm,  $OA = 3$  cm.

On sait que le triangle OAB est rectangle en A.

L'hypoténuse est [OB].

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$OB^2 = OA^2 + AB^2.$$

On remplace :

$$4^2 = 3^2 + AB^2$$

$$16 = 9 + AB^2$$

$$AB^2 = 16 - 9 = 7.$$

$$\text{Donc } AB = \sqrt{7} \text{ cm.}$$

### C. Grands cercles d'une sphère

#### Définition

La section d'une sphère par un plan passant par le centre de la sphère est appelé grand cercle de la sphère.

#### Illustration

Figure à insérer (Dimathème p 259 bas).

Sur la figure ci-dessus :

Le plan (P) passe par le centre O de la sphère.

La section de la sphère par le plan (P) est donc le grand cercle de centre O tracé en rouge.

#### Propriétés

- 1) Le centre d'un grand cercle est le même que celui de la sphère.
- 2) Tous les grands cercles ont le même rayon, celui de la sphère.