

FICHE DE RAPPEL 3ème – Théorème de Pythagore

I. Théorème de Pythagore

Théorème

Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

A. Calcul d'une hypoténuse

Soit un triangle MNP rectangle en M.

On donne $MN = 3$ cm et $MP = 4$ cm.

Calculer NP.

Figure à insérer.

On sait que le triangle MNP est rectangle en M.

L'hypoténuse est NP.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$NP^2 = MN^2 + MP^2$$

On remplace :

$$NP^2 = 3^2 + 4^2$$

$$NP^2 = 9 + 16$$

$$NP^2 = 25$$

$$NP = \sqrt{25}$$

$$NP = 5 \text{ cm.}$$

B. Calcul d'un côté de l'angle droit

**Soit un triangle RST rectangle en R.
On donne $TS = 7$ cm et $RS = 4$ cm.
Calculer RT et arrondir au mm.**

Figure à insérer.

On sait que le triangle RST est rectangle en R.
L'hypoténuse est ST.

D'après le théorème de Pythagore, on a :
 $ST^2 = RS^2 + RT^2$

On remplace :

$$7^2 = 4^2 + RT^2$$

$$49 = 16 + RT^2$$

$$RT^2 = 49 - 16$$

$$RT^2 = 33$$

$$RT = \sqrt{33} \quad (\text{valeur exacte})$$

$$RT \approx 5.7 \text{ cm.} \quad (\text{valeur approchée au mm près})$$

II. Réciproque du théorème de Pythagore

Théorème

Si le carré du plus grand côté d'un triangle est égal à la somme des carrés des deux autres côtés de ce triangle, alors ce triangle est rectangle.

Soit un triangle MNP.

On donne $MN = 4,5 \text{ cm}$, $NP = 7,5 \text{ cm}$ et $MP = 6 \text{ cm}$.

Montrer que le triangle MNP est rectangle en M.

Figure à insérer.

Dans le triangle MNP :

Le plus grand côté est NP.

On calcule séparément :

$$\begin{aligned} NP^2 &= 7,5^2 \\ NP^2 &= 56,25. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MN^2 + MP^2 &= 4,5^2 + 6^2 \\ MN^2 + MP^2 &= 20,25 + 36 \\ MN^2 + MP^2 &= 56,25. \end{aligned}$$

Donc $NP^2 = MN^2 + MP^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MNP est rectangle en M.

III. Contraposée du théorème de Pythagore

Théorème

Si le carré du plus grand côté d'un triangle n'est pas égal à la somme des carrés des deux autres côtés de ce triangle, alors ce triangle n'est pas rectangle.

Soit un triangle MNP.

On donne $MN = 4,2$ cm, $MP = 5,6$ cm et $NP = 6,9$ cm.

Le triangle MNP est-il rectangle ? Justifier.

Figure à insérer.

Dans le triangle MNP :

Le plus grand côté est NP.

On calcule séparément :

$$\begin{aligned} NP^2 &= 6,9^2 \\ NP^2 &= 47,61. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MN^2 + MP^2 &= 4,2^2 + 5,6^2 \\ MN^2 + MP^2 &= 17,64 + 31,36 \\ MN^2 + MP^2 &= 49. \end{aligned}$$

Donc $NP^2 \neq MN^2 + MP^2$.

D'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle MNP est rectangle en M.