

CHAPITRE 10 – Équations Produit Nul

Propriété fondamentale

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.

$A \times B = 0$ revient à la même chose que $A = 0$ ou (inclusif) $B = 0$

Exemple 1

Résoudre l'équation $(5x - 1)(-3x + 7) = 0$.

$$(5x - 1)(-3x + 7) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.

D'où :

$$\begin{array}{lll} 5x - 1 = 0 & \text{ou} & -3x + 7 = 0 \\ 5x = 1 & \text{ou} & -3x = -7 \\ x = \frac{1}{5} & \text{ou} & x = \frac{-7}{-3} = \frac{7}{3} \end{array}$$

$$S = \left\{ \frac{1}{5}; \frac{7}{3} \right\}.$$

Vérification avec $x = \frac{1}{5}$: $(5 \times \frac{1}{5} - 1)(-3 \times \frac{1}{5} + 7) = 0$ (calculatrice).

Vérification avec $x = \frac{7}{3}$: $(5 \times \frac{7}{3} - 1)(-3 \times \frac{7}{3} + 7) = 0$ (calculatrice).

Exemple 2

Résoudre l'équation $3(2x - 5) = 0$.

$$3(2x - 5) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.

D'où :

$$\begin{array}{lll} 3 = 0 & \text{ou} & 2x - 5 = 0 \\ \text{impossible} & \text{ou} & 2x = 5 \\ \text{impossible} & \text{ou} & x = \frac{5}{2} \end{array}$$

$$S = \left\{ \frac{5}{2} \right\}.$$

$$\text{Vérification avec } x = \frac{5}{2} : 3\left(2 \times \frac{5}{2} - 5\right) = 3(5 - 5) = 3 \times 0 = 0.$$

Exemple 3

Résoudre l'équation $9x^2 - 25 = 0$.

On reconnaît une identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

$$9x^2 - 25 = 0$$

$$(3x)^2 - 5^2 = 0$$

$$(3x - 5)(3x + 5) = 0.$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.

D'où :

$$\begin{array}{lll} 3x - 5 = 0 & \text{ou} & 3x + 5 = 0 \\ 3x = 5 & \text{ou} & 3x = -5 \\ x = \frac{5}{3} & \text{ou} & x = -\frac{5}{3} \end{array}$$

$$S = \left\{ \frac{5}{3}; -\frac{5}{3} \right\}.$$

Vérification à la calculatrice pour les 2 valeurs de x solutions.