

CHAPITRE 2 – Développer

I. Identités remarquables

Propriétés

a et b sont des nombres relatifs.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 ab + b^2.$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2 ab + b^2.$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2.$$

Démonstration

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= (a + b)(a + b) \\ &= a \times a + a \times b + b \times a + b \times b && \text{(double distributivité)} \\ &= a^2 + ab + ba + b^2 \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 && \text{(ba = ab)} \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a - b)^2 &= (a - b)(a - b) \\ &= a \times a - a \times b - b \times a + b \times b && \text{(double distributivité)} \\ &= a^2 - ab - ba + b^2 \\ &= a^2 - ab - ab + b^2 && \text{(ba= ab)} \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a+b)(a-b) &= a \times a - a \times b + b \times a - b \times b && \text{(double distributivité)} \\ &= a^2 - ab + ba - b^2 \\ &= a^2 - ab + ab - b^2 && \text{(ba= ab)} \\ &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

Remarques

Ces 3 égalités sont appelées identités remarquables.

Le terme "2 ab" est appelé "double produit".

II. Développer avec les identités remarquables

Exemple 1

Développer $E = (x + 5)^2$.

On utilise $(a + b)^2 = a^2 + 2 ab + b^2$ en posant $a = \dots$ et $b = \dots$

$$E = (x + 5)^2$$

$$E = (a + b)^2 \text{ avec } a = x \text{ et } b = 5.$$

$$E = a^2 + 2 ab + b^2 \text{ avec } a = x \text{ et } b = 5.$$

$$E = (x)^2 + 2 \times (x) \times (5) + (5)^2$$

Garder les parenthèses !

$$E = x^2 + 10x + 25.$$

Exemple 2

Développer $F = (2x - 7)^2$.

On utilise $(a - b)^2 = a^2 - 2 ab + b^2$ en posant $a = \dots$ et $b = \dots$

$$F = (2x - 7)^2$$

$$F = (a - b)^2 \text{ avec } a = 2x \text{ et } b = 7.$$

$$F = a^2 - 2 ab + b^2 \text{ avec } a = 2x \text{ et } b = 7.$$

$$F = (2x)^2 - 2 \times (2x) \times (7) + (7)^2$$

Garder les parenthèses !

$$F = 2^2 \times x^2 - 28x + 49$$

$$F = 4x^2 - 28x + 49.$$

Exemple 3

Développer $G = (3x + 4y)(3x - 4y)$.

On utilise $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ en posant $a = \dots$ et $b = \dots$

$$G = (3x + 4y)(3x - 4y)$$

$$G = (a + b)(a - b) \text{ avec } a = 3x \text{ et } b = 4y.$$

$$G = a^2 - b^2 \text{ avec } a = 3x \text{ et } b = 4y.$$

$$G = (3x)^2 - (4y)^2$$

Garder les parenthèses !

$$G = 3^2 \times x^2 - 4^2 \times y^2$$

$$G = 9x^2 - 16y^2.$$

III. Synthèse sur les développements

Exemple

Développer $M = (4x - 7)^2 - (2x - 9)(x + 5)$

On utilise une identité remarquable et une double distributivité

$$M = (4x)^2 - 2 \times (4x) \times (7) + (7)^2 - [2x^2 + 10x - 9x - 45].$$

Mettre des crochets car il y a un moins devant !

$$M = 16x^2 - 56x + 49 - [2x^2 + x - 45].$$

$$M = 16x^2 - 56x + 49 - 2x^2 - x + 45.$$

$$M = 14x^2 - 57x + 94.$$