FICHE DE RAPPEL 3ème – Équations

I. Vocabulaire

Une équation est une égalité à 2 membres dans laquelle on retrouve des nombres et une lettre (souvent x).

Cette lettre est appelée l'inconnue de l'équation.

Résoudre une équation consiste à trouver les valeurs de x qui vérifient l'égalité : ces valeurs sont alors appelées solutions de l'équation.

$3x + 1 = 40$ est une équation.

Tester si un nombre est solution de l'équation, c'est remplacer la lettre par le nombre dans chaque membre de l'équation pour savoir si l'égalité (et donc l'équation) est vérifiée.

$3 \times 10 + 1 = 30 + 1 = 31 \neq 40$
Donc 10 n'est pas solution de l'équation $3x + 1 = 40$.

II. Propriétés de base pour la résolution d'équations

On peut ajouter ou soustraire un même nombre à chaque membre d'une égalité.

On peut multiplier ou diviser chaque membre d'une égalité par un même nombre (non nul dans le cas d'une division).

$x + 20 = 60$
$x + 20 - 20 = 60 - 20$
$x = 40$.

$x = 40$
$3 \times x = 3 \times 40$
$3x = 120$.

III. Equations du type x + a = b

Pour résoudre une équation $x + a = b$, on soustrait le nombre a à chaque membre pour isoler le seul x à gauche.

Résoudre $x + 19 = 22$.

$x + 19 - 19 = 22 - 19$
$x = 22 - 19$
$x = 3$.
L'équation a une unique solution : 3.

Vérification immédiate de tête avec $x = 3$.

Pour passer une quantité du membre de droite d'une équation vers celui de gauche (ou le contraire), il suffit de changer le signe de cette quantité.
$x + 19 = 22$ revient à $x = 22 - 19$.

IV. Equations du type ax = b

Pour résoudre une équation $ax = b$, on divise chaque membre par le nombre a afin d'isoler le seul x à gauche.

Résoudre $5x = 15$.

$\frac{5x}{5} = \frac{15}{5}$

$x = \frac{15}{5}$

$x = 3$.
L'équation a une unique solution : 3.

Vérification immédiate de tête avec $x = 3$.

Si a est non nul, $ax = b$ revient donc à $x = \frac{b}{a}$.

$5x = 15$ revient à $x = \frac{15}{5}$ (et non à $15 - 5$!).

V. Equations du type ax + b = c

Pour résoudre une équation ax + b = c, on combine les 2 méthodes précédentes toujours afin d'isoler le seul x à gauche.

Exemple 1

Résoudre 5x + 7 = 16.

$5x = 16 - 7$ On a fait passer le + 7 à droite, qui devient – 7.

$5x = 9$

$x = \frac{9}{5}$

L'équation a une unique solution : $\frac{9}{5}$.

Vérification à la calculatrice car c'est trop long par le calcul.

Exemple 2

Résoudre $-\frac{2}{3}x - 2 = 4$.

$-\frac{2}{3}x = 4 + 2$ On a fait passer le – 2 à droite, qui devient + 2.

$-\frac{2}{3}x = 6$

$x = \frac{6}{-\frac{2}{3}} = 6 \times (-\frac{3}{2}) = -\frac{18}{2} = -9.$

L'équation a une unique solution : – 9.

Vérification à la calculatrice car c'est trop long par le calcul.

VI. Equations du type $ax + b = cx + d$

Pour résoudre une équation $ax + b = cx + d$, on s'arrange d'abord pour mettre tous les termes en x à gauche et tous les termes sans x à droite, puis on termine la résolution par les méthodes déjà vues.

Exemple 1
Résoudre $5x + 7 = 3x + 5$.

$5x - 3x = 5 - 7$ On a fait passer le 3x à gauche, qui devient – 3x.
On a fait passer le + 7 à droite, qui devient – 7.
$2x = -2$
$x = \frac{-2}{2} = -1$.
L'équation a une unique solution : – 1.

Vérification avec $x = -1$
$5x + 7 = 5 \times (-1) + 7 = -5 + 7 = 2$
$3x + 5 = 3 \times (-1) + 5 = -3 + 5 = 2$
OK

Exemple 2
Résoudre $-2(4x + 1) = 7(1 - x)$.

$-8x - 2 = 7 - 7x$ On a utilisé la distributivité simple par 2 fois.
$-8x + 7x = 7 + 2$ On a fait passer le – 7x à gauche, qui devient + 7x.
On a fait passer le – 2 à droite, qui devient + 2.
$-x = 9$
$x = \frac{9}{-1} = -9$.
L'équation a une unique solution : – 9.

Vérification avec x = 9
$-2(4x + 1) = -2(4 \times (-9) + 1) = -2(-36 + 1) = -2 \times (-35) = 70$
$7(1 - x) = 7(1 - (-9)) = 7 \times (1 + 9) = 7 \times 10 = 70$
OK

