

II. Calculer une 4^{ème} proportionnelle

Définition

Dans un tableau de proportionnalité à 4 cases, si on connaît 3 valeurs, la valeur manquante est appelée quatrième proportionnelle.

Problème

Chez le pâtissier, il faut 150g de farine pour réaliser un gâteau pour 4 personnes.
Quelle sera la quantité de farine nécessaire pour réaliser un gâteau pour 5 personnes ?

La situation est une situation de proportionnalité.

A. Passage par l'unité

Pour 4 personnes, il faut 150 g de farine.
Pour 1 personne, il faudrait $150 : 4$ soit 37,5 g.
Pour 5 personnes, il faut $5 \times 37,5$ soit 187,5 g de farine.

B. Coefficient de proportionnalité vertical

| | | | |
|------------------------------------|-----|-------|--|
| Quantité de farine (en grammes) | 150 | | <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">X</div> |
| Nombre de personnes | 4 | 5 | |

$$150 : 4 = 37,5.$$

Le coefficient de proportionnalité vertical est 37,5.

$$5 \times 37,5 = 187,5.$$

La quantité de farine nécessaire est 187,5 g.

C. Coefficient de proportionnalité horizontal

| | | |
|------------------------------------|-----|-------|
| Quantité de farine (en grammes) | 150 | |
| Nombre de personnes | 4 | 5 |

X

$$5 : 4 = 1,25.$$

Le coefficient de proportionnalité horizontal est 1,25.

$$150 \times 1,25 = 187,5.$$

La quantité de farine nécessaire est 187,5 g.

D. Combinaison linéaire

| | | | |
|------------------------------|-----|------|---|
| Quantité de farine (en g) | 150 | 37,5 | ? |
| Nombre de personnes | 4 | 1 | 5 |

$$4 + 1 = 5.$$

$$150 + 37,5 = 187,5.$$

La quantité de farine nécessaire est 187,5 g.

E. Produit en croix

Propriété des produits en croix (admise)

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $a \times d = b \times c$ (b ≠ 0 et d ≠ 0)

Si $a \times d = b \times c$ alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (b ≠ 0 et d ≠ 0)

Exemple

Trouver le nombre x tel que $\frac{x}{15} = \frac{16}{20}$

D'après l'égalité des produits en croix :

$$20 \times x = 16 \times 15.$$

donc : $20 \times x = 240.$

donc : $x = 240 : 20$

donc : $x = 12.$

Propriété

Dans un tableau de proportionnalité, il y a égalité de tous les produits en croix.

| | | |
|--------------------------------------|-----|---------|
| Quantité de farine (en g) | 150 | $x = ?$ |
| Nombre de personnes | 4 | 5 |

On recherche x , la quantité de farine nécessaire pour un gâteau de 5 personnes.

On utilise l'égalité des produits en croix et on trouve la valeur de x :

$$4 \times x = 5 \times 150.$$

donc : $4 \times x = 750.$

donc : $x = \frac{750}{4}.$

donc $x = 187,5.$

La quantité de farine nécessaire est 187,5 g.

III. Pourcentages

Méthode

Pour effectuer des calculs liés aux pourcentages, on peut toujours utiliser un (ou des) tableau(x) de proportionnalité.

A. Appliquer un pourcentage

Exemple

13% des 700 élèves de seconde d'un lycée passent en 1^{ère} S.
A combien d'élèves correspond ce pourcentage ?

| | | |
|-----------------|---------------------|--|
| | En 2 ^{nde} | En 2 ^{nde} et passant en 1 ^{ère} S |
| Nombre d'élèves | 700 | x |
| Pourcentage (%) | 100 | 13 |

$$100 \times x = 700 \times 13.$$

donc : $100 \times x = 9100.$

donc : $x = \frac{9100}{100} = 91.$

91 élèves de 2^{nde} vont passer en 1^{ère} S.

Remarque

Prendre n% d'une quantité revient à multiplier directement cette quantité par $\frac{n}{100}$.

Exemple

Avec l'exemple précédent : $700 \times \frac{13}{100} = 91.$

On retrouve bien le résultat trouvé avec la 1^{ère} méthode.

B. Déterminer un pourcentage**Exemple**

Sur 550 candidats inscrits à un concours, 132 ont été reçus. Quel est le pourcentage de reçus par rapport au nombre d'inscrits ?

| | Inscrits | Reçus |
|---------------------|----------|-------|
| Nombre de candidats | 550 | 132 |
| Pourcentage (%) | 100 | x |

donc :

$$550 \times x = 132 \times 100.$$

donc :

$$550 \times x = 13200.$$

$$x = \frac{13200}{550} = 24.$$

Il y a 24% de reçus par rapport au nombre d'inscrits.