CHAPITRE 4 – Utiliser le calcul littéral (1ère partie)

I. Expressions littérales

A. Introduction

Définition

Une expression littérale est une expression dans laquelle un ou plusieurs nombres sont remplacés par des lettres.

Exemple
En France, la pointure P des chaussures est donnée par : $P = 1,5 \times L + 2$
L désigne la longueur (en cm) du pied.
Les pieds de Juliette mesurent 24 cm. Quelle est sa pointure ?

$L = 24$.
$P = 1,5 \times 24 + 2 = 36 + 2 = 38$. Juliette chausse donc du 38.

Remarque

Si une même lettre apparait plusieurs fois dans une expression littérale, alors elle désigne toujours le même nombre.

Exemple
Le poids théorique P, en kg, d'une personne de taille T, en cm, est donné par :
$P = T – 100 – (T – 150) : 4$.
Josselin mesure 1m90. Quel est son poids théorique ?

1,90 m = 190 cm donc $T = 190$.
$P = 190 – 100 – (190 – 150) : 4 = 190 – 100 – 40 : 4 = 190 – 100 – 10 = 90 – 10 = 80$.
Le poids théorique de Josselin est 80 kg.

B. Conventions d'écriture

Règles

1) On peut ne pas écrire le signe $\times$ devant une lettre ou une parenthèse.
2) Pour tout nombre x : $0 \times x = 0$ et $1 \times x = x$.

Exemples

$5 \times a = 5a$

$\underline{3 \times x} + 5 = 3x + 5$

$\underline{4 \times b \times c} + \underline{1 \times d} = 4bc + d$

$4 \times (x - 5) = 4(x - 5)$.

Remarque 1

On introduit les notations « puissances » suivantes :

$x^2 = x \times x$ (x^2 se lit « x au carré »)

$x^3 = x \times x \times x$ (x^3 se lit « x au cube »).

Exemples

$5 \times a \times a = 5a^2$

$\underline{3 \times y \times y \times y} + 5 = 3y^3 + 5$

$\underline{4 \times b \times c} + \underline{1 \times d \times d} = 4bc + d^2$

$\underline{2 \times x \times x \times x} + \underline{5 \times x \times x} + \underline{0 \times x} + 8 = 2x^3 + 5x^2 + 8$

$4 \times (\underline{x \times x} - 5) = 4(x^2 - 5)$.

Remarque 2

On ne peut jamais ajouter ou soustraire :

- des termes "sans lettre" avec des termes en "x".
- des termes en "x" avec des termes en "x²".

Exemple

1 + 4x ne peut pas se simplifier.

II. Remplacer une lettre par une valeur

Exemple 1
$A = 3x + 5y$. Calculer A pour $x = 2$ et $y = 5$

$A = 3 \times 2 + 5 \times 5$
$A = 6 + 25$
$A = 31$.

Exemple 2
$B = 2x^2 - 3x + 5$. Calculer B pour $x = -3$.

Quand on doit remplacer une lettre par un nombre négatif, on met toujours des parenthèses autour de ce nombre avant de faire le remplacement !

$B = 2 \times (-3)^2 - 3 \times (-3) + 5$
$B = 2 \times 9 - (-9) + 5$
$B = 18 + 9 + 5$
$B = 32$.

Exemple 3
$C = -x + 1$. Calculer C pour $x = -\frac{2}{3}$.

$C = -(-\frac{2}{3}) + 1$

$C = \frac{2}{3} + \frac{3}{3}$

$C = \frac{5}{3}$

III. Réduire une expression littérale

Définition

Réduire une expression littérale, c'est l'écrire avec le moins de termes possibles.

Méthode

Pour réduire une expression :
1. On regroupe d'abord les termes par catégorie
   (les termes "sans lettre", les "x", les "x^2", les "x^3", …)
2. On fait les calculs pour chaque catégorie.

A chaque étape, on n'oublie pas de conserver les signes.

Exemple 1
Réduire $A = -4 + 2x + 8 - 5x$.

$\mathbf{A = +2x - 5x - 4 + 8}$
$\mathbf{A = (+2 - 5)x - 4 + 8}$ (ligne facultative)
$\mathbf{A = -3x + 4}$.

Exemple 2
Réduire $B = 7x - 4x^2 - 4 - x^2 + 8 - 6x$.

$\mathbf{B = -4x^2 - x^2 + 7x - 6x - 4 + 8}$ $(-x^2 = -1x^2)$
$\mathbf{B = -5x^2 + x + 4}$ $(+1x = +x)$

Remarque

Pour réduire, on ne peut pas ajouter ou soustraire :
- des termes "sans lettre" avec des termes en "x".
- des termes en "x" avec des termes en "x^2".

Exemple
$\mathbf{1 + 4x}$ ne peut pas se réduire.

