

CHAPITRE 4 – Division

I. Division euclidienne (ou entière)

A. Introduction

Définition

Effectuer la division euclidienne d'un nombre entier, appelé le dividende, par un nombre entier différent de 0, appelé le diviseur, consiste à trouver deux nombres entiers, appelés le quotient et le reste, tels que :

$$\text{Dividende} = (\text{diviseur} \times \text{quotient}) + \text{reste}$$

Avec :

$$\text{Reste} < \text{diviseur.}$$

Exemple

Avec 180 crayons, on peut faire au maximum 22 groupes de 8 crayons (car $8 \times 22 < 180 < 8 \times 23$) et il restera 4 crayons.

$$\text{On écrira : } 180 = 8 \times 22 + 4$$

B. Effectuer une division euclidienne en posant le calcul

Méthode

$$\overbrace{1952} \quad | \quad 27$$

On prend les chiffres un par un jusqu'à obtenir un nombre supérieur au diviseur. Ici, on prend 195.

$$\begin{array}{r} 1952 \quad | \quad 27 \\ - 189 \quad | \quad 7 \\ \hline 6 \end{array}$$

On cherche des multiples consécutifs de 27 :

$$\begin{aligned} 5 \times 27 &= 135 \\ 6 \times 27 &= 162 \\ 7 \times 27 &= 189 \\ 8 \times 27 &= 216 \end{aligned}$$

Ici, on peut lire
 $195 = 27 \times 7 + 6$
 avec $6 < 27$.

195 est entre 189 et 216,
 le nombre cherché est 189, on écrit 7 au quotient
 et on soustrait 189 à 195.

$$\begin{array}{r} 1952 \quad | \quad 27 \\ - 189 \quad | \quad 72 \\ \hline 62 \\ - 54 \\ \hline 8 \end{array}$$

On abaisse le 2 du dividende.

On cherche des multiples consécutifs de 27 :

$$\begin{aligned} 2 \times 27 &= 54 \\ 3 \times 27 &= 81 \end{aligned}$$

Ici, on peut lire
 $1\ 952 = 27 \times 72 + 8$
 avec $8 < 27$.

62 est entre 54 et 81,
 le nombre cherché est 54, on écrit 2 au quotient
 et on soustrait 54 à 62.

Conclusion : le quotient est 72 et le reste est 8.

II. Divisibilité

A. Multiples et diviseurs

Définition

a et b sont des nombres entiers avec b différent de 0.
 On dit que a est divisible par b et que a est un multiple de b si le reste de la division euclidienne de a par b est égal à 0.

Exemple

$$\begin{array}{r|l} 492 & 6 \\ 12 & 82 \\ 0 & \end{array}$$

On écrit $492 = 6 \times 82 + 0 = 6 \times 82$.
 492 est un multiple de 6. 6 est un diviseur de 492.
 492 est divisible par 6.

B. Critères de divisibilité

Propriété 1

Un nombre entier est divisible par 2 s'il se finit par 0, 2, 4, 6 ou 8.

Exemple

528 est divisible par 2, mais pas 529.

Propriété 2

Un nombre entier est divisible par 5 s'il se finit par 0 ou 5.
Un nombre entier est divisible par 10 s'il se finit par 0.

Exemple

525 est divisible par 5, pas par 10.

Propriété 3

Un nombre entier est divisible par 4 si le nombre formé par ses 2 derniers chiffres est divisible par 4.

Exemple

528 se termine par 28 qui est divisible par 4. 528 est divisible par 4.
23418 n'est pas divisible par 4.

Propriété 4

Un nombre entier est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
Un nombre entier est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Exemple

$$5 + 2 + 8 = 15.$$

15 est divisible par 3. 528 est donc divisible par 3.

15 n'est pas divisible par 9. 528 n'est donc pas divisible par 9.

III. Division décimale

A. Introduction

Définition

Effectuer la division décimale d'un nombre entier, appelé le dividende, par un nombre entier différent de 0, appelé le diviseur, consiste à trouver un nombre, éventuellement non entier et appelé le quotient, tel que :

$$\text{dividende} = \text{diviseur} \times \text{quotient.}$$

On note également cette égalité de la façon suivante :

$$\text{quotient} = \text{dividende} : \text{diviseur} \quad \text{ou}$$

$$\text{quotient} = \frac{\text{dividende}}{\text{diviseur}}$$

Exemple

$180 : 3 = 60$. Le quotient de 180 par 3 est un nombre entier.
(180 est divisible par 3).

$125 : 2 = 62,5$. Le quotient de 125 par 2 est un nombre décimal, non entier.
(125 n'est pas divisible par 2).

$1 : 3 \approx 0,33$. Le quotient de 1 par 3 est un nombre non décimal, on en donne ici une valeur approchée au centième près.

B. Effectuer une division décimale en posant le calcul

Exemple

Déterminer le quotient de 1250,1 par 27.

Première étape :

On commence par effectuer le quotient de la partie entière du dividende par le diviseur.

Deuxième étape :

Une fois qu'on a effectué cette division :

- 1) On abaisse le chiffre des dixièmes.
- 2) On place une virgule au quotient.
- 3) On continue la division.

$$\begin{array}{r|l}
 1250,1 & 27 \\
 -108 & 46,3 \\
 \hline
 170 & \\
 -162 & \\
 \hline
 81 & \\
 -81 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

C. Effectuer une division décimale avec le calcul mental

Exemple 1

$$\begin{aligned} 909 : 3 &= (900 + 9) : 3 \\ &= (900 : 3) + (9 : 3) \\ &= 300 + 3 \\ &= 303 \end{aligned}$$

Exemple 2

$$\begin{aligned} 37 : 2 &= (36 + 1) : 2 \\ &= (36 : 2) + (1 : 2) \\ &= 18 + 0,5 \\ &= 18,5 \end{aligned}$$

D. Effectuer une division à la calculatrice

Exemple

Pour effectuer $41,9 : 8$, on tape :

$41,9 : 8$ puis (ou ou) puis éventuellement