CHAP 6 – Le parallélogramme

I. Définition d'un parallélogramme

Définition

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles 2 à 2

Illustration

- (AB) // (CD)
- (AD) // (BC)

Le quadrilatère ABCD est donc un parallélogramme.

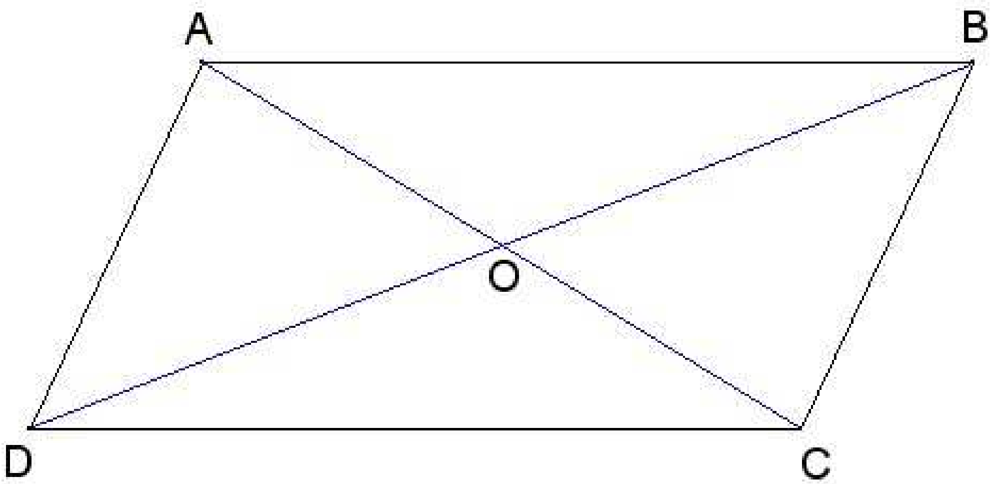
II. Centre de symétrie et parallélogramme

Définition

Un point O est le centre de symétrie d'une figure quand le symétrique de cette figure par rapport à O est la figure elle-même.

Parallélogramme et centre de symétrie

Un parallélogramme est un quadrilatère qui possède un centre de symétrie : le point d’intersection de ses diagonales.



O est le point d’intersection des diagonales (AC) et (BD) du parallélogramme.

O est aussi le centre de symétrie du parallélogramme ABCD.

On dit que ABCD est donc un « parallélogramme de centre O »

III. Utiliser le fait qu'un quadrilatère est un parallélogramme

Propriété 1

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles 2 à 2.

Hypothèse :
ABCD est un parallélogramme.

Conclusions :
- (AB) // (CD)
- (AD) // (BC)

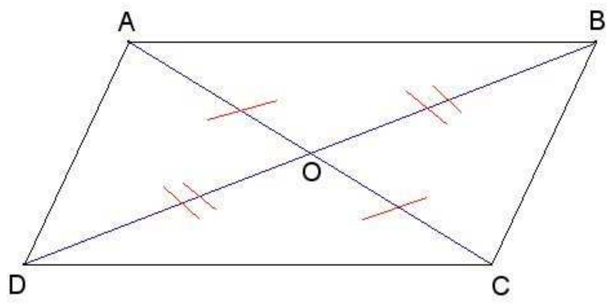
Exemple de rédaction d'une démonstration

ABCD est le parallélogramme ci-dessous. Montrer que (AB)//(CD).

On sait que ABCD est un parallélogramme.
Or si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles 2 à 2.
Donc (AB) est parallèle à (CD).

Propriété 2

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

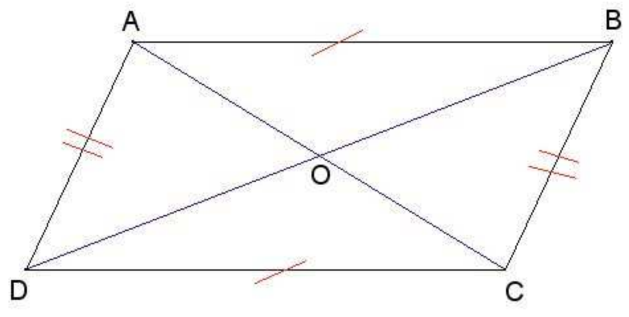


Hypothèse :
ABCD est un parallélogramme.

Conclusion :
[AC] et [BD] se coupent en leur milieu commun O.

Propriété 3

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont de la même longueur.

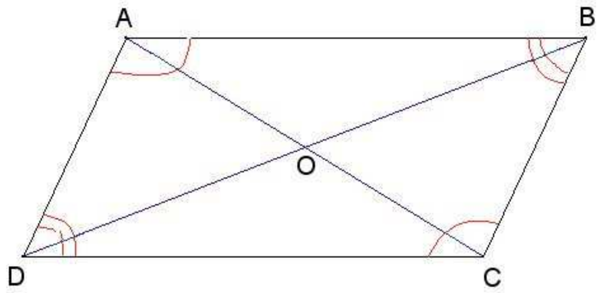


Hypothèse :
ABCD est un parallélogramme.

Conclusions :
- AB = CD
- AD = BC

Propriété 4

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses angles opposés ont la même mesure.



Hypothèse :
ABCD est un parallélogramme.

Conclusions :

- $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$
- $\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$

IV. Montrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

Propriété 1

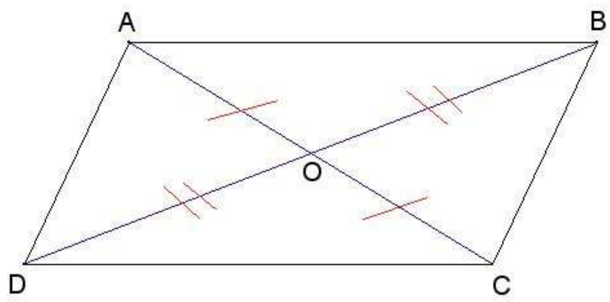
Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles 2 à 2, alors c'est un parallélogramme.

Propriété 2

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

Exemple de rédaction d'une démonstration

ABCD est un quadrilatère. Le point O est le milieu de [AC] et de [BD].



On sait que les diagonales du quadrilatère ABCD se coupent en leur milieu O.
Or si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.
Donc ABCD est un parallélogramme.