

CHAP 5 – Symétrie axiale

I. Symétrique d'un point par rapport à une droite

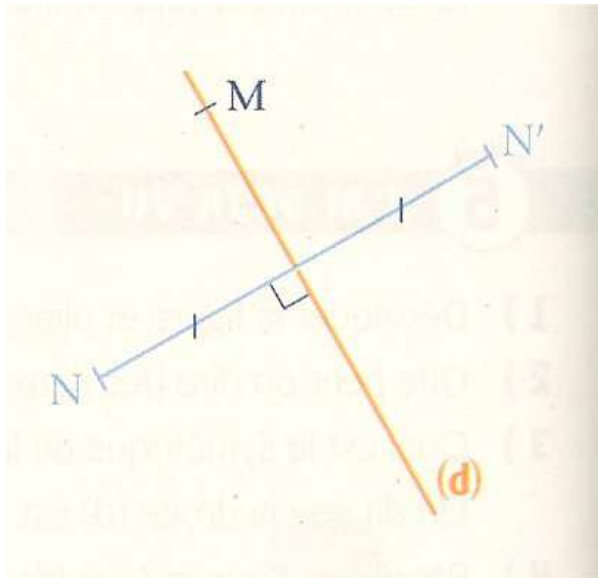
Définition

Si un point M appartient à une droite (d) , alors le symétrique du point M par rapport à la droite (d) est le point M lui-même.

Si un point N n'appartient pas à une droite (d) , alors le symétrique du point N par rapport à la droite (d) est le point N' tel que (d) soit la médiatrice du segment $[NN']$.

La symétrie par rapport à une droite (d) s'appelle aussi symétrie axiale d'axe (d) .

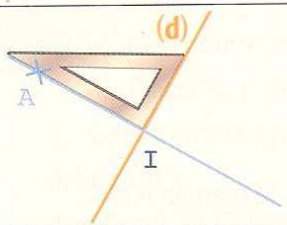
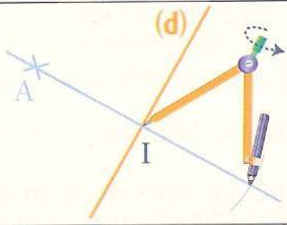
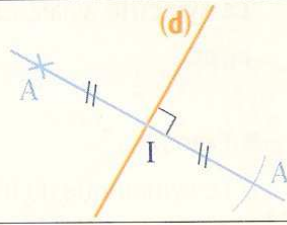
Illustration



Le symétrique de M par rapport à (d) est M lui-même.
Le symétrique de N par rapport à (d) est N'

Construction du symétrique d'un point par rapport à une droite

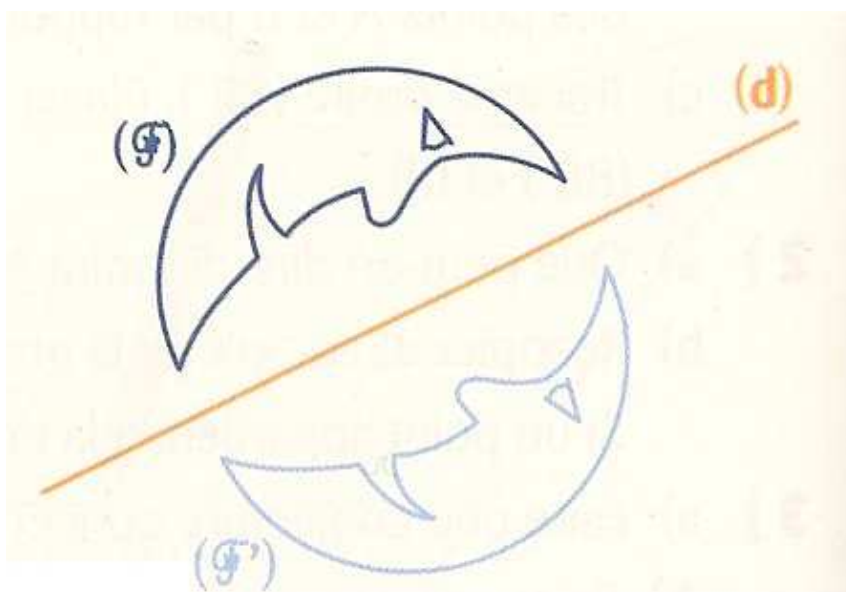
Pour construire le symétrique A' d'un point A par rapport à une droite (d) :

Équerre	Compas	Codage
		
Tracer la perpendiculaire à la droite (d) passant par le point A . Elle coupe la droite (d) en I .	Reporter sur cette perpendiculaire la longueur AI à partir du point I .	L'arc de cercle coupe la perpendiculaire en A' . Coder la figure.

II. Symétrie d'une figure par rapport à une droite

Définition

Deux figures (F) et (F') sont symétriques par rapport à une droite (d) si les 2 figures se superposent en pliant suivant cette droite.



Dans l'exemple ci-dessus, (F) et (F') sont symétriques par rapport à la droite (d). On dit aussi que (F') est le symétrique de (F) par rapport à la droite (d).

(F') est superposable avec (F). Les 2 figures ont donc la même forme et les mêmes dimensions.

Construction du symétrique d'un polygone

Pour construire le symétrique d'un polygone par rapport à une droite (d), il suffit de construire le symétrique de chacun de ses sommets par rapport à la droite (d) et de les relier entre eux dans le même ordre que les sommets du polygone d'origine.

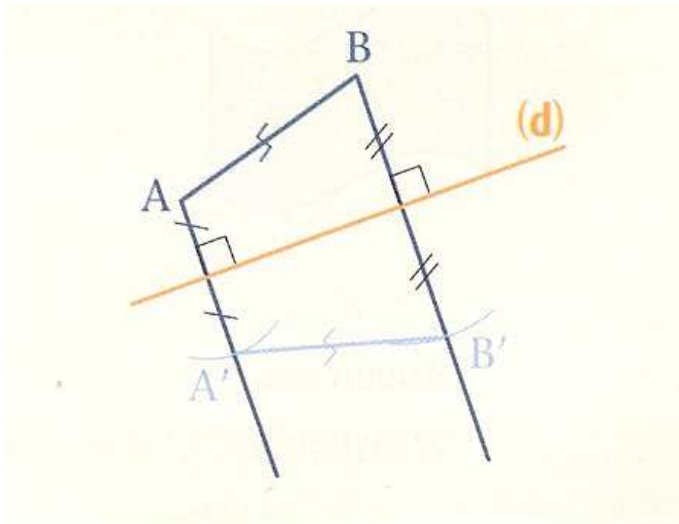
III. Propriétés de la symétrie axiale

A. Symétrique d'un segment par rapport à une droite

Propriété

Le symétrique d'un segment par rapport à une droite est un segment de même longueur.
On dit que la symétrie axiale conserve les longueurs (de même que les périmètres et les aires).

Illustration



Le symétrique du segment $[AB]$ par rapport à (d) est le segment $[A'B']$, avec $A'B' = AB$ (conservation des longueurs)

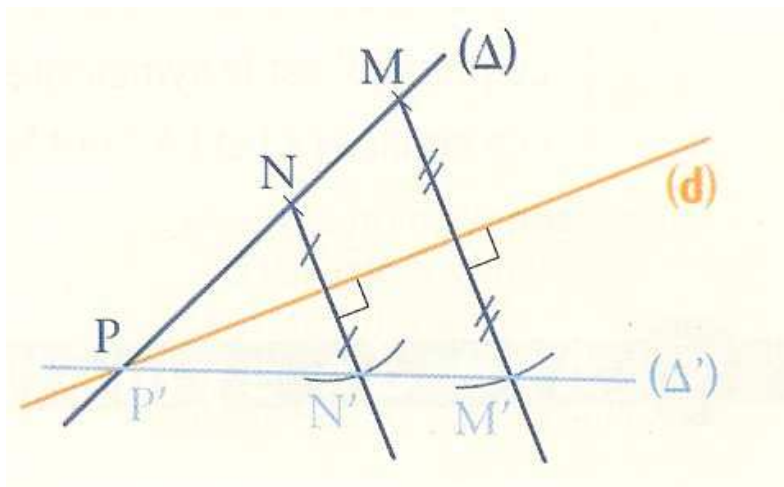
B. Symétrie d'une droite par rapport à une droite

Propriété

Le symétrique d'une droite par rapport à une droite est une droite.

On dit que la symétrie axiale conserve l'alignement.

Illustration



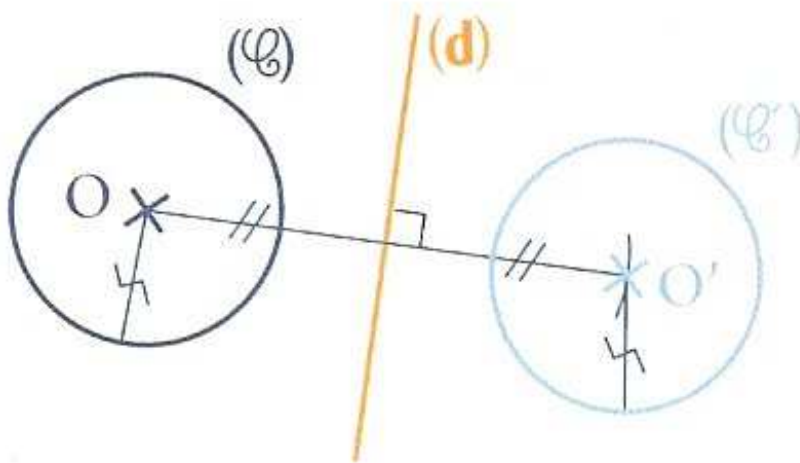
Le symétrique de la droite (Δ) par rapport à (d) est la droite (Δ') (conservation de l'alignement).

C. Symétrie d'un cercle

Propriété

Le symétrique d'un cercle par rapport à une droite est un cercle de même rayon.

Illustration



Pour construire le symétrique d'un cercle (C) de centre O par rapport à une droite (d) :

- On construit d'abord le point O', symétrique de O par rapport à $-(d)$.
- On forme le cercle de centre O' et de rayon le rayon de (C), qu'on nomme (C').

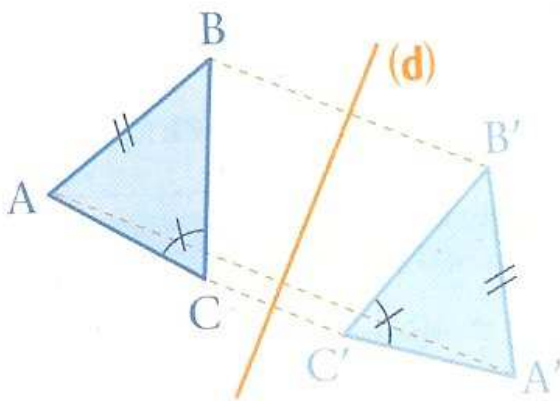
Le symétrique du cercle (C) par rapport à (d) est alors le cercle (C') de même rayon que (C).

D. Symétrie d'un angle

Propriété

Le symétrique d'un angle par rapport à une droite est un angle de même mesure.
On dit que la symétrie axiale conserve les mesures des angles.

Illustration



Pour construire le symétrique d'un angle \widehat{ACB} par rapport à une droite (d) :

- On construit le point A' , symétrique de A par rapport à (d).
- On construit le point B' , symétrique de B par rapport à (d).
- On construit le point C' , symétrique de C par rapport à (d).
- On forme l'angle $\widehat{A'C'B'}$.

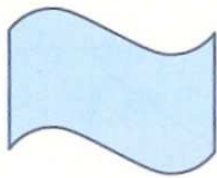
Le symétrique de l'angle \widehat{ACB} par rapport à (d) est alors l'angle $\widehat{A'C'B'}$ de même mesure que \widehat{ACB} (conservation de la mesure des angles).

IV. Axe de symétrie d'une figure

Définition

Lorsque le symétrique d'une figure par rapport à une droite est la figure elle-même, on dit que cette droite est une axe de symétrie de la figure.

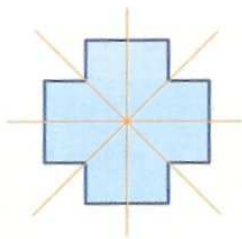
Illustration



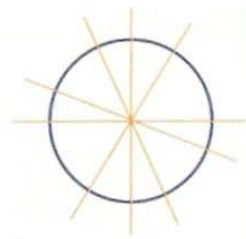
Aucun axe
de symétrie



Un seul axe
de symétrie



Quatre axes
de symétrie



Un cercle admet
une infinité d'axes
de symétrie