

CHAPITRE 5 – Nombres en écriture fractionnaire

I. Vocabulaire

Définition

Soient a et b 2 nombres avec $b \neq 0$.

Le quotient de a par b ($a : b$) est le nombre qui, multiplié par b, donne a.

$\frac{a}{b}$ est appelée écriture fractionnaire du quotient de a par b.

Pour cette écriture, a est le numérateur et b est le dénominateur.

Exemple

$\frac{2,5}{5}$ est une écriture fractionnaire (correspondante au nombre 0,5).

Définition

Si le numérateur et le dénominateur d'une écriture fractionnaire sont des entiers, alors cette écriture est une fraction.

Exemple

$\frac{2,5}{5}$ n'est pas une fraction, $\frac{1}{2}$ est une fraction.

Remarque 3

Une écriture fractionnaire peut toujours être vue comme une proportion.

Exemple

Deux cinquièmes des élèves du lycée Stendhal sont externes.

La proportion d'élèves externes est $\frac{2}{5}$.

Cela signifie que, sur 5 élèves du lycée, 2 sont externes.

II. Egalité de quotients

A. Propriété des quotients égaux

Propriété

Un quotient ne change pas lorsqu'on multiplie ou lorsqu'on divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

$$\text{Si } b \neq 0 \text{ et } k \neq 0 : \quad \frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k}$$

Exemples

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10} \quad \frac{9}{6} = \frac{9 : 3}{6 : 3} = \frac{3}{2}$$

B. Simplification de fractions

Définition

Simplifier une fraction signifie écrire une fraction qui lui est égale, mais avec un numérateur et un dénominateur plus petits.

Pour cela, on utilise principalement les tables de multiplication et les critères de divisibilité connus.

Exemples

$$\frac{24}{30} = \frac{3 \times 8}{3 \times 10} = \frac{8}{10} \quad (\text{on a simplifié par } 3) \quad \frac{12}{8} = \frac{2 \times 6}{2 \times 4} = \frac{6}{4} \quad (\text{on a simplifié par } 2).$$

Définition

Quand une fraction n'admet plus de simplification, on dit que cette fraction est irréductible.

Exemples

$$\frac{24}{30} = \frac{3 \times 8}{3 \times 10} = \frac{8}{10} = \frac{2 \times 4}{2 \times 5} = \frac{4}{5}. \text{(on a simplifié par 3, puis par 2).}$$

$\frac{4}{5}$ est une fraction irréductible.

$$\frac{495}{385} = \frac{5 \times 99}{5 \times 77} = \frac{99}{77} = \frac{11 \times 9}{11 \times 7} = \frac{9}{7}$$

$\frac{9}{7}$ est une fraction irréductible.

III. Fraction d'un nombre

Propriété

Pour prendre la fraction d'un nombre, on multiplie ce nombre par la fraction.

De plus, si a, b et c sont 3 nombres décimaux avec $c \neq 0$:

$$a \times \frac{b}{c} = \frac{a \times b}{c}$$

Exemples

$$\frac{2}{3} \text{ de } 5 = \frac{2}{3} \times 5 = \frac{2 \times 5}{3} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{3}{4} \text{ de } 56 = \frac{3}{4} \times 56 = \frac{3 \times 56}{4} = \frac{3 \times 4 \times 14}{4} = \frac{3 \times 14}{1} = \frac{42}{1} = 42$$

Problème

Dans un lycée, deux cinquièmes des 820 élèves sont externes.
Quel est le nombre d'externes ?

On calcule $\frac{2}{5}$ de 820.

$$\frac{2}{5} \times 820 = \frac{2 \times 820}{5} = \frac{1640}{5} = 328.$$

Il y a 328 externes dans ce lycée.