

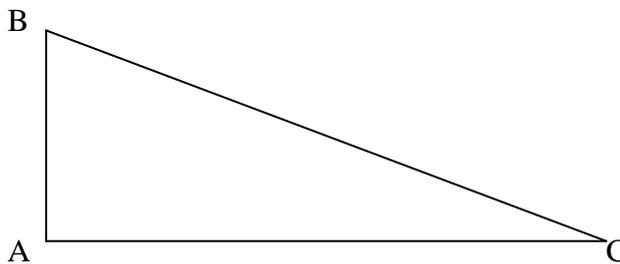
CHAPITRE 5 – Réciproque et contraposée du Théorème de Pythagore

I. Réciproque du théorème de Pythagore

Théorème

Si le carré du plus grand côté d'un triangle est égal à la somme des carrés des deux autres côtés de ce triangle, alors ce triangle est rectangle.

Illustration



Hypothèses

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Conclusion

ABC est un triangle rectangle en A.

Exemple type de rédaction

Soit un triangle MNP.

On donne $MN = 4,5$ cm, $NP = 7,5$ cm et $MP = 6$ cm.

- 1) Faire une figure.
- 2) Montrer que le triangle MNP est rectangle en M.

(Figure à insérer.)

Dans le triangle MNP :

Le plus grand côté est NP.

On calcule séparément :

$$\begin{aligned} NP^2 &= 7,5^2 \\ NP^2 &= 56,25. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MN^2 + MP^2 &= 4,5^2 + 6^2 \\ MN^2 + MP^2 &= 20,25 + 36 \\ MN^2 + MP^2 &= 56,25. \end{aligned}$$

Donc $NP^2 = MN^2 + MP^2$.

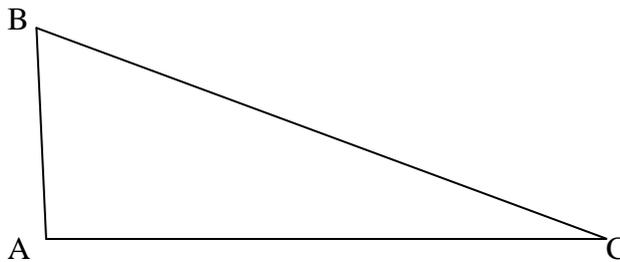
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MNP est rectangle en M.

II. Contraposée du théorème de Pythagore

Théorème

Si le carré du plus grand côté d'un triangle n'est pas égal à la somme des carrés des deux autres côtés de ce triangle, alors ce triangle n'est pas rectangle.

Illustration



Hypothèses

$$BC^2 \neq AB^2 + AC^2$$

Conclusion

ABC n'est pas un triangle rectangle.

Exemple type de rédaction

Soit un triangle MNP.

On donne $MN = 4,2$ cm, $MP = 5,6$ cm et $NP = 6,9$ cm.

Le triangle MNP est-il rectangle ? Justifier.

(Figure à insérer.)

Dans le triangle MNP :

Le plus grand côté est NP.

On calcule séparément :

$$\begin{aligned} NP^2 &= 6,9^2 \\ NP^2 &= 47,61. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MN^2 + MP^2 &= 4,2^2 + 5,6^2 \\ MN^2 + MP^2 &= 17,64 + 31,36 \\ MN^2 + MP^2 &= 49. \end{aligned}$$

Donc $NP^2 \neq MN^2 + MP^2$.

D'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle MNP n'est pas rectangle.