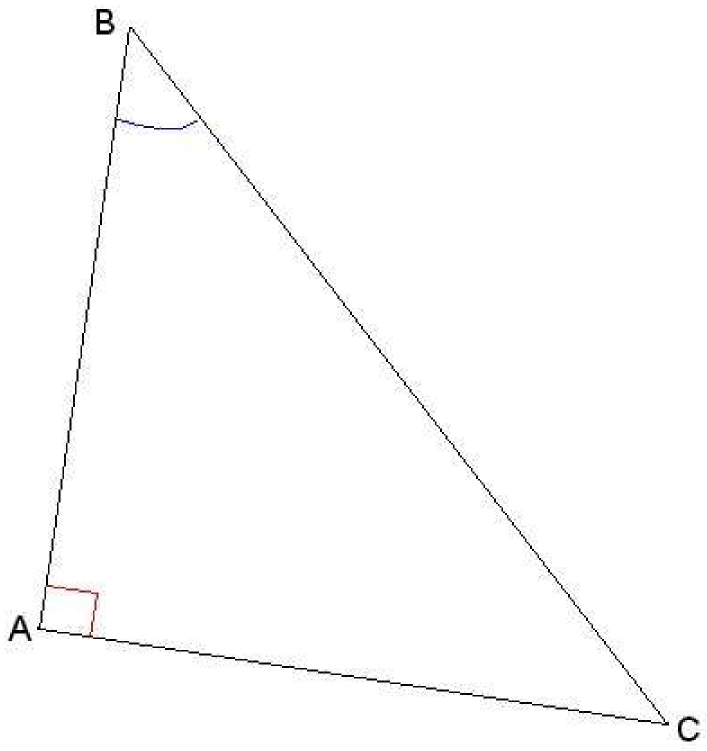
CHAPITRE 6 – Cosinus d'un angle aigu

I. Définitions

A. *Vocabulaire dans un triangle rectangle*

Soit ABC un triangle rectangle en A.



L'hypoténuse de ce triangle rectangle est le côté [BC].

L'angle aigu $\widehat{ABC}$ se note aussi plus simplement $\widehat{B}$.

Le côté adjacent à l'angle aigu $\widehat{ABC}$ est le côté [AB].

Le côté opposé à l'angle aigu $\widehat{ABC}$ est le côté [AC]

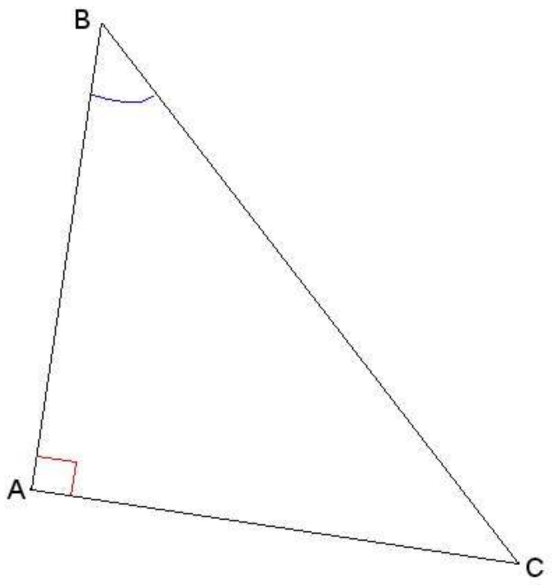
B. Cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle

Définition

Dans un triangle rectangle, on définit le cosinus d'un angle aigu par le quotient :

$$\frac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$

Illustration



$$\cos \widehat{ABC} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{ABC}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}.$$

$$\boxed{\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}}$$

Propriété

Le cosinus d'un angle aigu est toujours compris entre 0 et 1.

II. Cosinus et utilisation de la calculatrice

A. *Préambule*

Avant d'utiliser la calculatrice pour faire des calculs liés au cosinus d'un angle aigu, il faut mettre la calculatrice en mode degré.

Sur les calculatrices "TI", on utilisera les touches $\boxed{\text{2nd}}$ et $\boxed{\text{DR}}$.

Sur les calculatrices "CASIO", on utilisera les touches $\boxed{\text{2nd}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ et $\boxed{3}$

B. *Détermination du cosinus d'un angle aigu qu'on connaît*

Exemple
Déterminer une valeur approchée à 0,01 près du cosinus de 55°

1. On vérifie que la calculatrice est en mode DEGRE.
2. Selon les modèles de calculatrice, on tape $\boxed{5}\,\boxed{5}\,\boxed{\text{cos}}$ ou $\boxed{\text{cos}}\,\boxed{5}\,\boxed{5}$.
3. La calculatrice affiche
   $\boxed{0.573576436}$
4. On déduit que cos 55° ≈0,57.

C. *Détermination d'un angle aigu dont on connaît le cosinus*

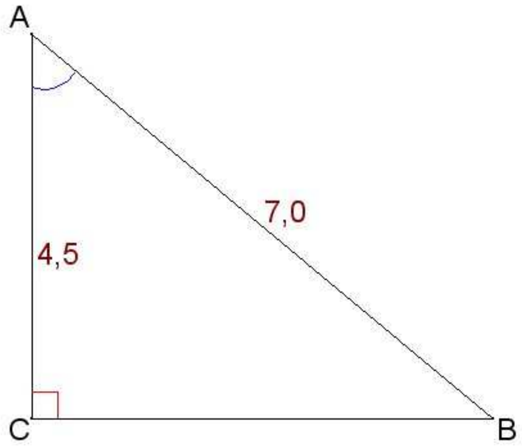
Exemple
On donne $\cos \widehat{FEG} = \frac{7}{11}$. Déterminer l'arrondi au degré près de $\widehat{FEG}$.

1. On vérifie que la calculatrice est en mode DEGRE.
2. Selon les modèles de calculatrice, on tape $\boxed{7}\,\boxed{:}\,\boxed{11}\ \boxed{=}$
   Puis $\boxed{\text{shift}}$ (ou $\boxed{\text{2nd}}$ ou $\boxed{\text{inv}}$) $\boxed{\text{cos}}$
3. La calculatrice affiche
   $\boxed{50.47880364}$
4. On déduit que FEG ≈ 50°

III. Exemples d'application

A. Détermination d'un angle aigu dans un triangle rectangle

Exemple
Soit un triangle ABC rectangle en C.
On donne :
AC = 4,5 cm. AB = 7,0 cm. Calculer $\widehat{BAC}$, arrondir au degré près.



On sait que le triangle ABC est rectangle en C.

Donc :

$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{\text{longueur du côté adjacent}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$

$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{AC}{AB}.$$

On remplace :

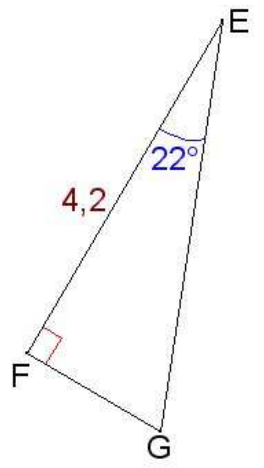
$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{4,5}{7}$$

$$\widehat{BAC} = \cos^{-1}\left(\frac{4,5}{7}\right)$$

$\boxed{\text{BAC} \approx 50°}$

B. Détermination de l'hypoténuse dans un triangle rectangle

Exemple
Soit un triangle EFG rectangle en F.
On donne :
EF = 4,2 cm. $\widehat{FEG}$ = 22°. Calculer EG, arrondir au centième.



On sait que le triangle EFG est rectangle en F.

Donc :

$$\cos(\widehat{FEG}) = \frac{\text{longueur du côté adjacent}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$

$$\cos(\widehat{FEG}) = \frac{EF}{EG}.$$

On remplace :

$$\frac{\cos(22)}{1} = \frac{4{,}2}{EG}$$

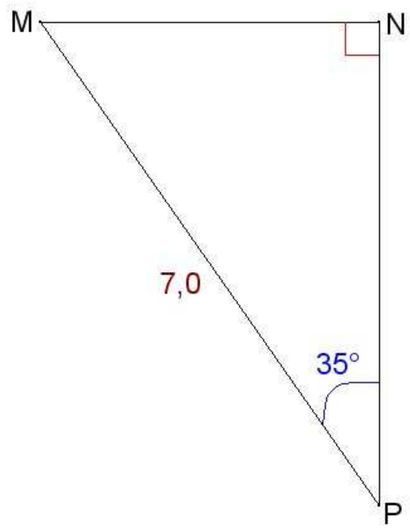
$$EG = \frac{4{,}2 \times 1}{\cos(22)} = \frac{4{,}2}{\cos(22)}$$

A la calculatrice, on trouve :

$\boxed{EG \approx 4{,}53 \text{ cm}}$

C. Détermination d'un côté adjacent dans un triangle rectangle

Exemple
Soit un triangle MNP rectangle en N.
On donne :
MP = 7,0 cm. $\widehat{MPN}$ = 35°. Calculer NP, arrondir au mm près.



On sait que le triangle MNP est rectangle en N.

Donc :

$$\cos(\widehat{MPN}) = \frac{\text{longueur du côté adjacent}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$

$$\cos(\widehat{MPN}) = \frac{NP}{MP}.$$

On remplace :

$$\frac{\cos(35)}{1} = \frac{NP}{7}$$

$$NP = \frac{7 \times \cos(35)}{1} = 7 \times \cos(35)$$

A la calculatrice, on trouve :

$$\boxed{NP \approx 5{,}7 \text{ cm}}$$

IV. Cosinus et quart de cercle trigonométrique

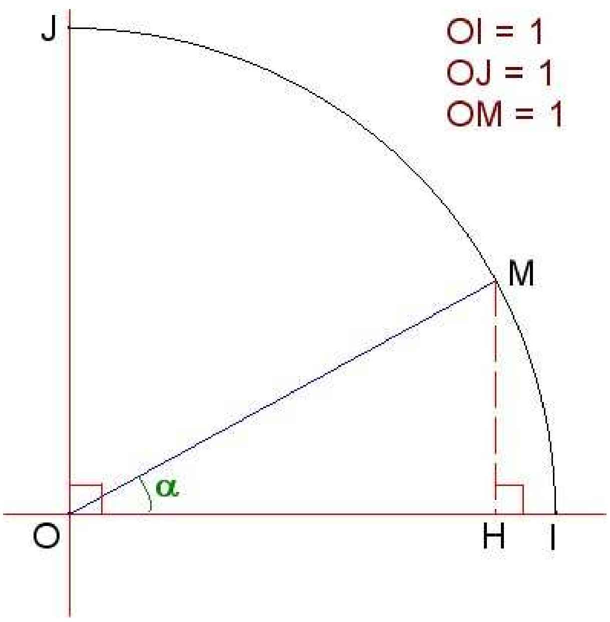
Définition

Dans un repère orthogonal, on appelle quart de cercle trigonométrique le quart de cercle de centre l'origine O du repère et de rayon égal à 1.
Ses extrémités sont les points I(1, 0) et J(0, 1).

Propriété

Le cosinus d'un angle aigu α est l'abscisse du point M du quart de cercle trigonométrique tel que l'angle déterminé par le point O et les demi-droites [OI) et [OJ) soit égal à α.

Illustration et démonstration de la propriété



Le triangle OHM est rectangle en H.

On a donc $\cos \alpha = \dfrac{OH}{OM} = \dfrac{OH}{1} = OH$.

